Università degli Studi di Genova
Facoltà di Ingegneria

Compitino di Meccanica dei Fluidi
27 Ottobre 2005, ore 8:00
Un foglio "aiuti" formato A4 ammesso
Rispondete dettagliatamente e giustificate tutte le vostre risposte
COMPITINO B

Esercizio 1: **Unità di misura** (~4 punti)

Si scriva l'espressione e si diano le unità di misura del momento di inerzia I_{xx} di una superficie S rispetto all'asse x. Si spieghi perchè la coordinata y_F del centro di spinta F risulta uguale a $y_F = I_{xx}/(y_C S)$, con y_C la coordinata del baricentro di S.

Esercizio 2: **Matrice degli sforzi** (~5 punti)

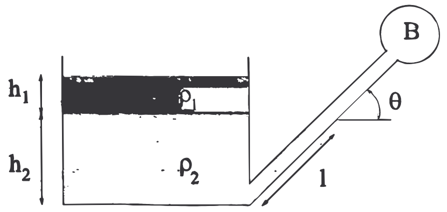
Una matrice degli sforzi in un punto A di un fluido è data da:

$$\begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xy} \\ T_{yx} & T_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{[KPa]}$$

1. Si esprima $\underline{T}_n$, vettore di sforzo nel piano di normale $\underline{n} = (n_1, n_2)$ nel punto A.
2. Si mostri che un versore $\underline{t}$ ortogonale ad $\underline{n}$ può essere dato da $\underline{t} = (-n_2, n_1)$. Si esprima il versore antiparallelo a $\underline{t}$.
3. Si scriva la proiezione T_{nt} di $\underline{T}_n$ su $\underline{t}$ e si dimostri che tale proiezione è massima quando $\underline{n} = (1, 0)$. Quanto vale T_{nt} in tal caso?

Esercizio 3: **"Manometri"** (~5 punti)

Dato il dispositivo in figura, calcolare l'angolo θ in modo da avere all'equilibrio nel tubo inclinato una colonna di fluido di lunghezza *l*.



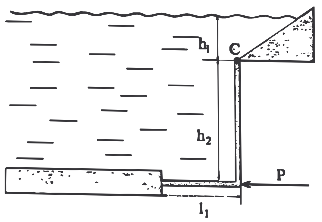
$h_1 = 22$ cm $\quad h_2 = 86$ cm
$\rho_1 = 10870$ Kg/m^3 $\quad \rho_2 = 11030$ Kg/m^3
$p_B = 1.7$ atm $\quad l = 0.6$ m

Esercizio 4: **Idrostatica in sistemi non inerziali** (~4 punti)

A partire da $\nabla p = \underline{f}_{eff}$ si dimostri che le linee isobare sono ortogonali a $\underline{f}_{eff}$ con $\underline{f}_{eff}$ la risultante dell'insieme di forze di volume e di inerzia sul sistema. Per semplificare si consideri un sistema di riferimento cartesiano bidimensionale.

Esercizio 5: **Forze e momenti su una paratia** (~8 punti)

Una paratia come in figura si trova sotto il livello dell'acqua ed è incernierata in C. Determinare il valore minimo della forza $\underline{P}$ per impedire la fuoriuscita di liquido. (Si trascuri il peso proprio della paratia e l'attrito della cerniera; la dimensione b è ortogonale al foglio.)

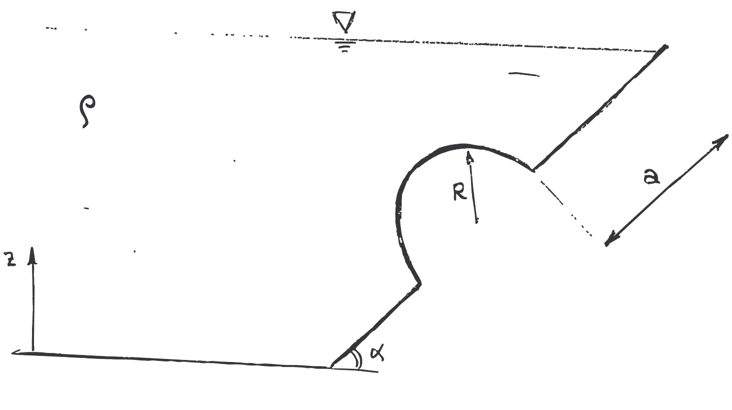


$h_1 = 7.\mathrm{m}$ $h_2 = 5$ m
$l_1 = 3$ m $b = 6$ m

Suggerimento: si consideri la distribuzione trapezoidale di pressione sulla parte verticale della paratia come la somma di due contribuzioni distinte, una contribuzione uniforme ed una contribuzione triangolare, e si calcoli il momento di ciascuna delle due distribuzioni.

Esercizio 6: **Spinta su una superficie gobba** (~7 punti)

Data la superficie gobba di figura si calcolino le componenti orizzontale e verticale della spinta risultante, nonchè le linee di azione delle due componenti.



Profondità unitaria.

$R = 1$ [m]

$a = 2$ [m]

$\alpha = 30°$

$\rho = 900$ [kg m^{-3}]

COMPITINO B 27/10/05

Es. 1

$I_{xx} = \int_S y^2 \, dS$ si misura in $[m^4]$ nel sistema SI

$y_F = \dfrac{I_{xx}}{y_c S}$ si trova imponendo che il momento della risultante è uguale al momento delle spinte distribuite.

Es. 2

$\Pi = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ $\qquad \underline{T}_n = [n_1 \ \ n_2] \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} =$

1. $= [n_1 - n_2 , \ -n_1 + n_2]$

2. $\underline{t} = (-n_2, n_1)$ è $\perp$ a $\underline{n}$ poiché

$\underline{t} \cdot \underline{n} = -n_2 \cdot n_1 + n_1 n_2 = 0$

Inoltre $\underline{t}$ è <u>versore</u> poiché $\|\underline{t}\| = n_2^2 + n_1^2 = 1$

(in quanto $\|n\| = n_1^2 + n_2^2 = 1$)

Il versore $\underline{t}'$ antiparallelo a $\underline{t}$ è semplicemente

$\underline{t}' = (n_2, -n_1)$

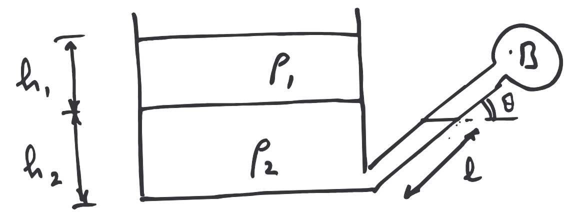
3. $T_{nt} = \underline{T}_n \cdot \underline{t} = (n_1 - n_2 , -n_1 + n_2)(-n_2, n_1) =$

$= -n_1 n_2 + n_2^2 - n_1^2 + n_1 n_2 = n_2^2 - n_1^2 = n_2^2 - (1 - n_2^2) =$

$= 2 n_2^2 - 1$ $\qquad T_{nt}$ max se $\dfrac{\partial T_{nt}}{\partial n_2} = 0 = 4 n_2 = 0$

$\rightarrow \underline{n} = (1,0) \Rightarrow T_{nt} = -1$

Es. 3



$$p_B = 1.7\,[atm] = 1.7 \cdot 10^5 \left[\frac{N}{m^2}\right] \qquad p_{atm} = 10^5 \left[\frac{N}{m^2}\right]$$

Sul fondo del recipiente: $\quad p_{fondo} = p_{atm} + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$

$$p_{fondo} = p_B + \rho_2 g l \sin\theta$$

$$\rightarrow \quad \sin\theta = \frac{1}{g\rho_2 l}\left[(p_{atm} - p_B) + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2\right] = 0.717$$

$$\Rightarrow \theta = 45.8°$$

Es. 4

$$\underline{\nabla} p = \underline{f}_{eff}$$

$$\underline{\nabla} p = \left(\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}\right) \qquad \underline{f}_{eff} = (f_x, f_y)$$

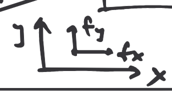
$$\frac{\partial p}{\partial x} = f_x \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = f_y \qquad dp = f_x\,dx + f_y\,dy$$

Isobare: $p = \text{cost.} \rightarrow dp = 0$

$$\rightarrow f_x\,dx + f_y\,dy = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{dy}{dx} = -\frac{f_x}{f_y}}$$ pendenza isobare

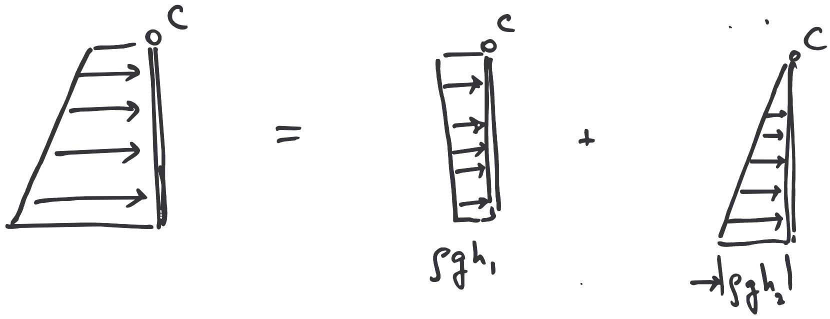
ortogonali

Pendenza $\underline{f}_{eff}$: $\boxed{m = \frac{f_y}{f_x}}$



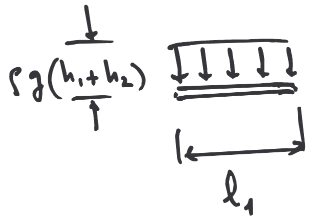
$\tan\theta = f_y/f_x$

Es. 5



Momento rispetto a C :

$$\underbrace{(\rho g h_1)(h_2 b)}_{\text{forza}}\underbrace{\left(\frac{h_2}{2}\right)}_{\text{braccio}} + \underbrace{\left(\rho g \frac{h_2}{2}\right)(h_2 b)}_{\text{forza}}\underbrace{\left(\frac{2}{3} h_2\right)}_{\text{braccio}}$$



Momento rispetto a C :

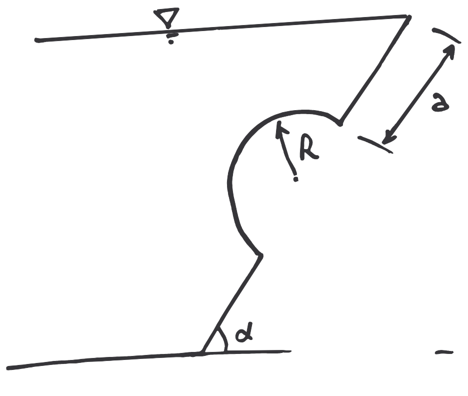
$$\underbrace{\rho g (h_1 + h_2)(l_1 b)}_{\text{forza}}\underbrace{\left(\frac{l_1}{2}\right)}_{\text{braccio}}$$

Momento della forza $\underline{P}$: $\quad P \cdot h_2$

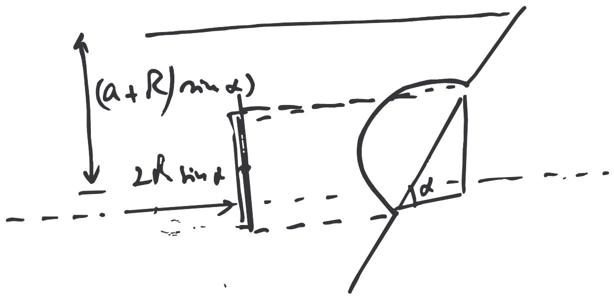
Quindi, P deve essere almeno uguale a :

$$P = \frac{\rho g}{h_2}\left[\frac{h_1 b\, h_2^2}{2} + \frac{h_2^3 b}{3} + \frac{(h_1 + h_2)\, l_1^2 b}{2}\right] = 2156238\ [N]$$

Es. 6



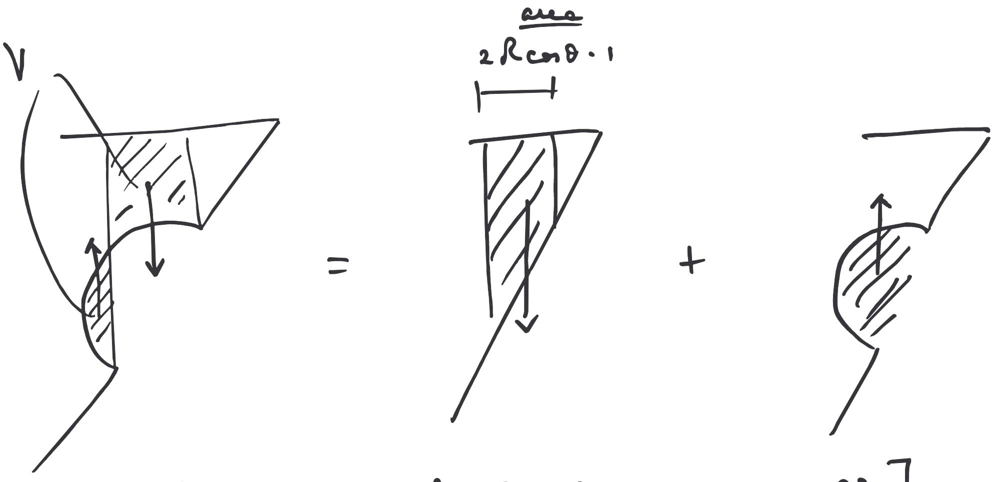
Spinta orizzontale :



$$F_o = \underline{i}\,\gamma\,(a+R)\sin\alpha\;\Big[\underbrace{2R(\sin\alpha)\cdot 1}_{\text{area}}\Big] \qquad \Rightarrow |F_\theta| = 13242.5\ N$$

linea d' azione passa per il baricentro del trapezio

Spinta verticale



$$-\underline{k}\;\rho g\left[\frac{(2a+2R)}{2}\;2R\cos\theta\sin\theta \;-\; \frac{\pi R^2}{2}\cdot 1\right]$$

$\Rightarrow |F_v| = 9069.2\ N$

linea d' azione passa per il baricentro del volume V