26/10/06 FILA B

Es. 1

$$3\rho g = 28 \text{ kPa}$$
$$12\rho g = x \text{ kPa}$$

$$\frac{3}{12} = \frac{28}{x}$$

$$\boxed{x = 112 \text{ kPa}}$$

Es. 2

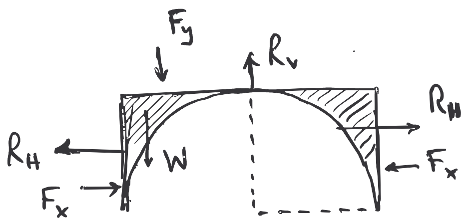
$$P_A + \rho_{H_2O}\, g\, 0.6 + \rho_{Hg}\, g\, 0.2 = P_B - \rho_{olio}\, g\, 0.1 + \rho_{glicerina}\, g\, 0.45$$

$$\boxed{\Delta P = P_B - P_A} = \rho_{olio}\, g\, 0.1 - \rho_{glicerina}\, g\, 0.45 + \rho_{H_2O}\, g\, 0.6 + \rho_{Hg}\, g\, 0.2$$

$$= 1000 \times 9.81 \times (0.88 \times 0.1 - 1.26 \times 0.45 + 0.6 + 13.5 \times 0.2)$$

$$= \boxed{27{,}67 \text{ kPa}}$$

Es. 3



R_v e R_H sono le reazioni delle pareti, uguali e contrarie alle spinte idrostatiche esercitate dal fluido sulle pareti.

Per ragioni di simmetria e' evidente che le spinte orizzontali sulle pareti del tunnel si annullano tra loro. La spinta orizzontale netta e' $= 0$.

Si considera solo $\frac{1}{2}$ tunnel:

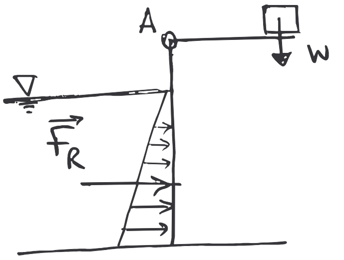
Lungo x: $F_x = R_H = (\rho_{H_2O}\, g\, 47.5)(5 \times 200) = 4.660 \times 10^8$ N

Lungo y: $F_y + W = R_v = (\rho_{H_2O}\, g\, 45)(5 \times 200) + \rho_{H_2O}\, g \left(25 - \frac{\pi 5^2}{4}\right) 200$

$= 4.520 \times 10^8$ N

La risultante delle forze idrostatiche e' verticale e vale $\boxed{F_v = 2R_v = 9.04 \times 10^8 \text{ N}}$

$\boxed{\text{Es. 4}}$



La forza idrostatica sullo sportello verticale vale:

$$F_R = \left(\rho_{H_2O}\, g\, \frac{4}{2}\right)(4 \times 2) = 1{,}5696 \times 10^5 \text{ N}$$

Il momento di tale forza attorno ad A vale:

$$M_{F_R} = F_R\left(1 + \frac{2}{3}4\right) = 5{,}755 \times 10^5 \text{ Nm}$$

Tale momento e' bilanciato da un peso W se:

$$W \cdot 2 = M_{F_R} \quad \longrightarrow \quad W = 2{,}878 \times 10^5 \text{ N}$$

La massa del blocco deve quindi valere $\boxed{m_W = 2{,}93 \times 10^4 \text{ kg}}$

$\boxed{\text{Es. 5}}$ La forza di Archimede per un corpo di volume V immerso in un fluido di densita' ρ_f vale:

$$F_{Archimede} = \rho_f\, g\, V$$

Tale forza non dipende dalla forma del corpo.

Nel nostro caso: $\left\{ \begin{array}{l} \text{stesso materiale (stessa densità)} \\ \text{stessa massa} \end{array} \right. \Longleftrightarrow$ il volume e' uguale

La forza di Archimede su cubo e sfera e' quindi la stessa.

$\boxed{\text{Es. } 6}$

1. Il moto è permanente: $\vec{V}$ non dipende dal tempo t.

2.
$$a_x = \cancel{\frac{\partial v_x}{\partial t}} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + \cancel{v_z \frac{\partial v_x}{\partial z}} = (1+2.5x+y)\,2.5 + (-0.5-1.5x-2.5y)\,1 = \boxed{2 + 4.75\,x}$$

permanente $\qquad v_z = 0$

$$a_y = \cancel{\frac{\partial v_y}{\partial t}} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = (1+2.5x+y)(-1.5) + (-0.5-1.5x-2.5y)(-2.5) = \boxed{-0.25 + 4.75\,y}$$

3. Il moto è comprimibile se $\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \cancel{\epsilon_{zz}}^{=0} \neq 0$,

cioè se $\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \neq 0$. In questo caso si ha:

$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 2.5 - 2.5 = 0$; il moto è quindi incomprimibile

4. In un punto di ristagno $\vec{v} = \vec{0}$ $\longrightarrow$

$$\begin{cases} 1 + 2.5x + y = 0 \\ -0.5 - 1.5x - 2.5y = 0 \end{cases} \longrightarrow$$

$\exists\, 1!$ punto di ristagno per $x = -0.421$ m e $y = 0.0526$ m

5.
$$\boxed{\omega} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right) = \frac{1}{2}(-1.5 - 1) = \boxed{-1.25 \ s^{-1}}$$

$$\boxed{\epsilon_{xx} = \frac{\partial v_x}{\partial x} = -\epsilon_{yy} = -\frac{\partial v_y}{\partial y} = 2.5 \ s^{-1}}$$

$$\boxed{\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right) = -0.25 \ s^{-1}}$$

6. Traiettorie = linee di corrente = linee di fumo perché moto permanente

$$\frac{dx}{1+y} = -\frac{dy}{0.5+1.5x} \rightarrow \boxed{0.5\,x + \frac{3}{4}x^2 = -y - \frac{y^2}{2} + \text{costante}}$$