Università di Genova
Facoltà di Ingegneria

Esame di **Meccanica dei Fluidi**
16 giugno 2005

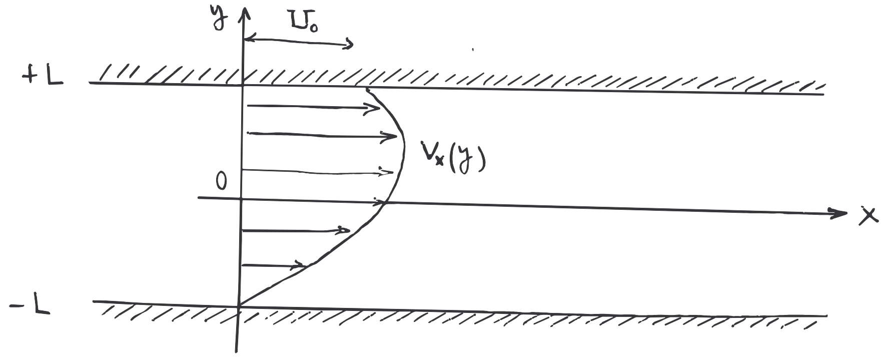
Appunti e testi ammessi

Esercizio 1: Direzioni principali e sforzi principali

Il moto di Poiseuille-Couette rappresentato in figura è un moto bidimensionale, piano, parallelo ($v_x=v_x(y)$, $v_y=0$) con $\partial p/\partial x$ = costante, la cui matrice degli sforzi è data da:

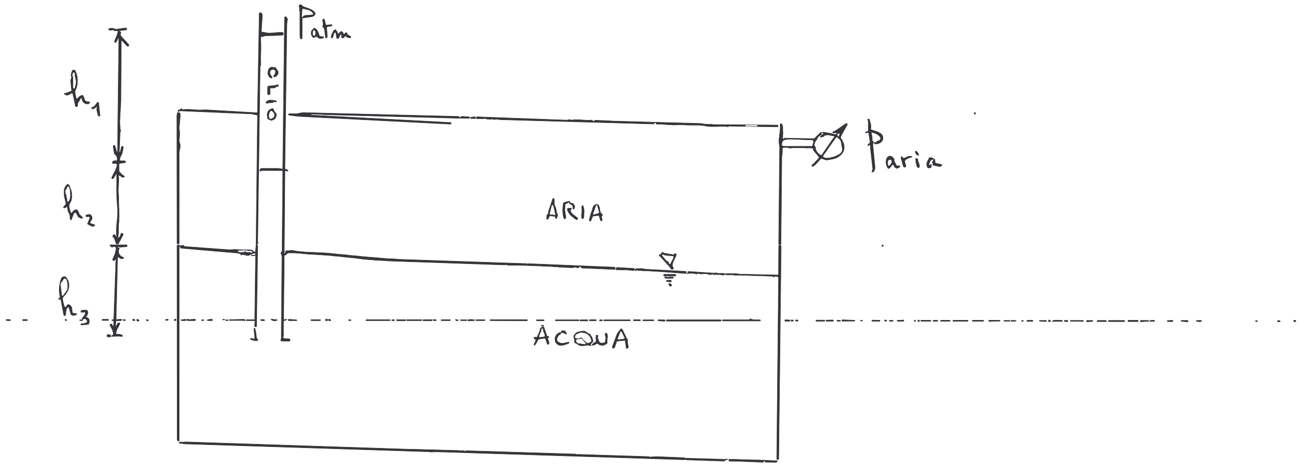
$$\begin{bmatrix} T11 & T12 \\ T21 & T22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p & y\, \partial p/\partial x + \mu\, U_0/(2L) \\ y\, \partial p/\partial x + \mu\, U_0/(2L) & -p \end{bmatrix}$$

Trovare le direzioni principali ed i corrispondenti sforzi principali in un punto A sull'asse del canale, ed in un punto B di ordinata $y_B = L/2$.



Esercizio 2: Statica dei fluidi

Trovare la pressione dell'aria segnata dal manometro nel caso in cui $p_{atm}=10^5$ [Pa], $h_1 = 1$ [m], $h_2 = h_3 = 0.5$ [m], $\rho_{olio} = 800$ [Kg m^{-3}].

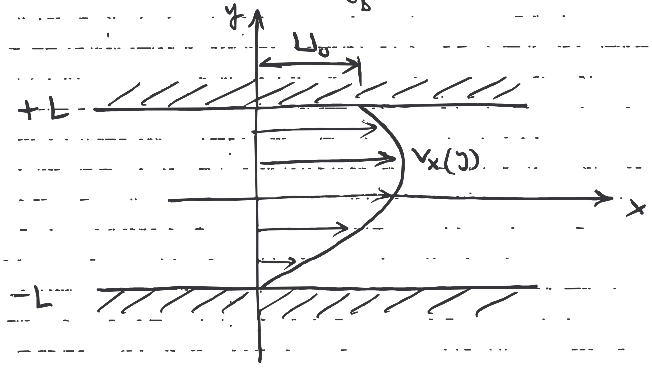


1. Direzioni e sforzi principali

Il moto di Poiseuille - Couette rappresentato in figura è un moto bidimensionale parallelo $\left(V_x = V_x(y) \, , \, V_y = 0 \right)$, con $\frac{\partial p}{\partial x}$ = costante, con una matrice degli sforzi data da:

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p & \frac{\partial p}{\partial x} y + \mu \frac{U_0}{2L} \\ \frac{\partial p}{\partial x} y + \mu \frac{U_0}{2L} & -p \end{bmatrix}$$

Trovare le direzioni principali e gli sforzi principali corrispondenti in un punto A sull'asse del canale, ed in un punto B di ordinata $y_B = \frac{L}{2}$.



<u>Punto A</u>: $y = 0$ $\quad T_{11} = -p \quad T_{12} = \mu \frac{U_0}{2L}$ (stesso caso del moto di Couette)

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} T_{x'x'} &= -p + \frac{\mu U_0}{2L} \\ \underline{n} &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \, , \, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} T_{y'y'} &= -p - \frac{\mu U_0}{2L} \\ \underline{n} &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \, , \, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \end{aligned} \right\}$$

<u>Punto B</u>: $y = \frac{L}{2}$ $\quad T_{12} = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{L}{2} + \mu \frac{U_0}{2L}$

$$\begin{vmatrix} -p-\lambda & \frac{\partial p}{\partial x}\frac{L}{2}+\mu\frac{U_0}{2L} \\ \frac{\partial p}{\partial x}\frac{L}{2}+\mu\frac{U_0}{2L} & -p-\lambda \end{vmatrix} = 0 = (-p-\lambda)^2 - \left(\frac{\partial p}{\partial x}\frac{L}{2}+\mu\frac{U_0}{2L}\right)^2$$

$$\lambda_1 = T_{x''x''} = -p + \mu\frac{U_0}{2L} + \frac{\partial p}{\partial x}\frac{L}{2}$$

$$\lambda_2 = T_{y''y''} = -p - \mu\frac{U_0}{2L} - \frac{\partial p}{\partial x}\frac{L}{2}$$

$T_{x''x''}$: $= \left(\mu\frac{U_0}{2L} + \frac{\partial p}{\partial x}\frac{L}{2}\right)n_1 + \left(\frac{\partial p}{\partial x}\frac{L}{2} + \mu\frac{U_0}{2L}\right)n_2 = 0$

$\longrightarrow \quad n_1 = n_2 \quad \Longrightarrow \quad \underline{n} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

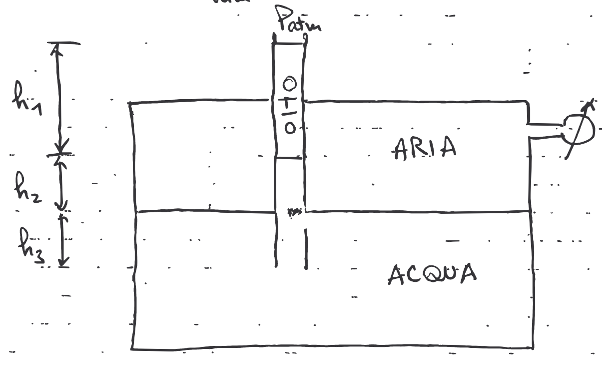
$T_{y''y''}$: $n_1 = -n_2 \quad \Longrightarrow \quad \underline{n} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Si osservi che: $T_{x'x'} + T_{y'y'} = T_{x''x''} + T_{y''y''} = -2p = I_1$

$= T_{11} + T_{22}$

2. Statica dei fluidi

Trovare la pressione dell'aria segnata dal manometro nel caso in cui: $p_{atm} = 10^5$ Pa, $h_1 = 1$ [m], $h_2 = h_3 = 0.5$ [m], $\rho_{olio} = 800$ [kg m^{-3}]



$$p_{aria} = p_{atm} + \gamma_{OLIO} h_1 + \gamma_{H_2O} h_2$$

$$= 10^5 + 800 \times 9.81 \times 1 + 1000 \times 9.81 \times 0.5$$

$$= 1\,127\,53 \text{ [Pa]}$$

3. Analisi dimensionale

Si scriva il numero di Froude e lo si interpreti come il rapporto tra due scale di tempo.

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gL}}$$ è generalmente visto come il rapporto tra due velocità, la velocità del moto U, e la $\left\{\begin{array}{l}\text{celerità}\\ \text{velocità}\end{array}\right.$ delle onde di gravità di superficie $\sqrt{gL}$.

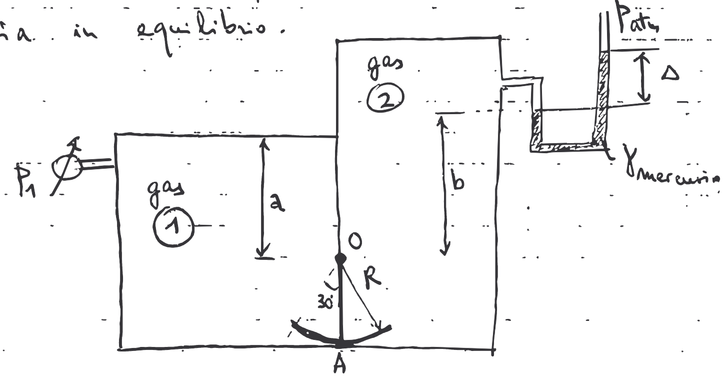
Alternativamente: $$Fr = \frac{\sqrt{L/g}}{L/U} = \frac{\tau_g}{\tau_i}$$

con τ_i = $\overset{\text{scala di}}{\text{tempo}}$ caratteristica dei fenomeni inerziali

τ_g = " " " " gravitazionali

4. Spinte e momenti su superfici gobbe

Si calcoli la pressione p_1 del gas nella camera 1 affinché la paratoia a forma di ancora incernierata in O sia in equilibrio.



Dati: $\Delta = 10$ [cm]

$\rho_{mercurio} = 13600 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$

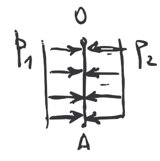
$P_{atm} = 10^5 \left[\frac{N}{m^2}\right]$

$a = 1$ [m]

$b = 1.2$ [m]

$\rho_{gas\,2} = 0.8 \, [kg \, m^{-3}]$; $\rho_{gas\,1} = 0.9 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$

Sulla parte circolare dell'ancora non c'è momento rispetto ad O. Inoltre i gas hanno peso specifico trascurabile, e il diagramma delle pressioni è semplicemente:



$\Rightarrow$ equilibrio se $p_1 = p_2 =$

$= P_{atm} + \gamma_{mercurio} \, \Delta =$

$= 10^5 + 13600 \times 9.81 \times 0.1 = 113341.6$ [Pa]