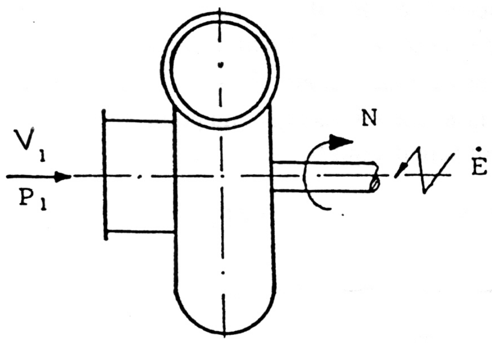
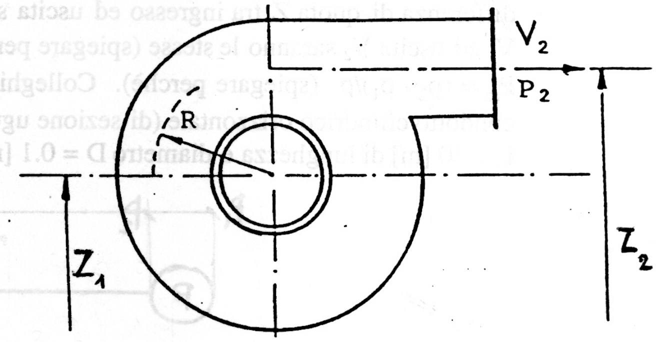
Università degli Studi di Genova
Facoltà di Ingegneria

Compitino di Meccanica dei Fluidi
16 Dicembre 2004, ore 8:00
Appunti del corso e testi ammessi
Rispondete dettagliatamente e giustificate tutte le vostre risposte

Esercizio 1: **Teorema π** **(~15 punti)**

Si consideri una pompa idraulica, come quella rappresentata in figura, che si vuole studiare applicando il teorema π.





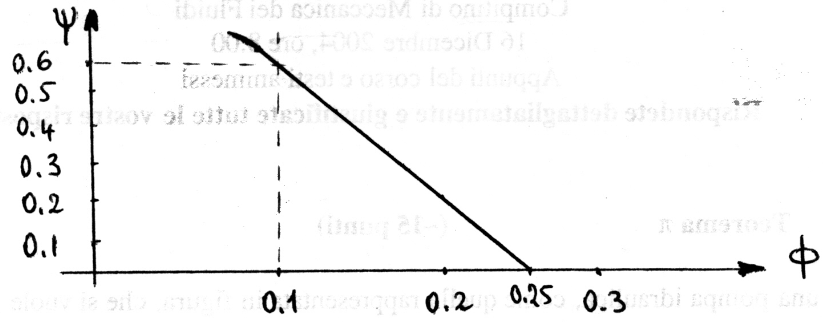
Le grandezze fisiche che intervengono nel problema sono: il raggio R della girante, la portata volumetrica Q, la densità ρ e la viscosità dinamica μ dell'acqua, la velocità di rotazione *N* (giri al minuto), l'energia per unità di massa della pompa P_{cz}, la potenza meccanica fornita all'albero della pompa $\dot{E}$. L'energia, per unità di massa, fornita dalla pompa può essere valutata come segue:

$$P_{cz} = (p_2 - p_1)/\rho + (V_2^2 - V_1^2)/2 + g\,(Z_2 - Z_1).$$

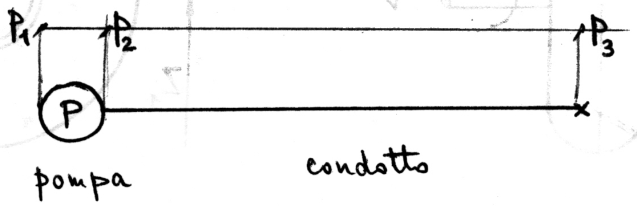
1. Per ogni grandezza fisica scrivere le dimensioni α, β e γ rispetto a grandezze fondamentali di massa M, di lunghezza L e di tempo T (per esempio, il raggio R della girante ha dimensioni $\alpha = 0$, $\beta = 1$ e $\gamma = 0$, cioè: $[R] = M^0 L^1 T^0$).
2. Determinare i numeri caratteristici adimensionali (π) della macchina prendendo R, Q e ρ come grandezze fondamentali, dopo avere verificato la loro indipendenza dimensionale. Mettere in evidenza in particolare il numero di Reynolds tra i numeri adimensionali trovati.
3. Come al punto 2., ma usando R, *N* e Q come grandezze fondamentali.

4. Come al punto 2., ma usando R, N e ρ come grandezze fondamentali. Mettere in evidenza il numero relativo alla portata [$\phi = Q/(?)$] e quello relativo all'energia per unità di massa [$\psi = P_{cz}/(?)$] e mostrare come, a partire dai numeri adimensionali trovati al punto 2., si possano ritrovare quelli del punto 4. con semplici manipolazioni algebriche.

5. Si dispone di una pompa con R = 0.2 [m], che gira a N = 1500 [giri/minuto] e la cui curva caratteristica $\phi(\psi)$ è data in figura:



Si immagini che le aree delle sezioni di ingresso ed uscita della pompa siano uguali, e che la differenza di quota Z tra ingresso ed uscita sia trascurabile. In tal caso le velocità di ingresso V_1 ed uscita V_2 saranno le stesse (spiegare perchè) e P_{cz} sarà semplicemente dato da $P_{cz} = (p_2 - p_1)/\rho$ (spiegare perchè). Colleghiamo adesso alla sezione di uscita della pompa un condotto cilindrico orizzontale (di sezione uguale alla sezione di uscita della pompa) di L = 20 [m] di lunghezza e diametro D = 0.1 [m] (vedi schema qui sotto).



La *perdita di carico* nel condotto cilindrico, dovuta essenzialmente all'attrito esercitato dalle pareti sul fluido, è data da:

$$p_2 - p_3 = \lambda L \rho U^2/(2D),$$

con il coefficiente di perdita di carico $\lambda = 0.02$, e U la velocità media del fluido nel condotto. Con l'ipotesi che la pressione dell'acqua in *ingresso* alla pompa p_1 sia uguale alla pressione in *uscita* dal condotto p_3, si cerchi

a. la sovrappressione fornita dalla pompa al condotto che permetterà di compensare, per una certa portata, le perdite di carico (il punto di funzionamento della pompa si troverà dall'uguaglianza tra ψ_{pompa} e $\psi_{condotto}$);

b. la portata volumetrica Q.

Esercizio 2: **Cinematica del moto** (~10 punti)

Un moto bidimensionale piano è definito, in variabili di Eulero, da:

$$v_x = a$$
$$v_y = b + kt$$

con a, b e k costanti.

1. Qual'è la natura del moto? (Comprimibile o incomprimibile, permanente o non-permanente?)
2. Determinare l'equazione delle linee di corrente.
3. Determinare l'equazione delle traiettorie.
4. Le prime dovranno risultare essere delle rette, le seconde delle parabole. Vi sembra sensato un tale risultato?
5. Determinare l'equazione di una linea di fumo emessa dal punto $(x_0, y_0) = (0, 0)$, all'istante $t = 1$.

Esercizio 3: **Analisi integrale del moto** (~10 punti)

Due getti fluidi 1 e 2 formati dallo stesso liquido, in moto incomprimibile e permanente, si mescolano per formare un getto unico 3, come raffigurato qui sotto. Le velocità medie $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ sono note, così come le portate in massa M_1 e M_2. Si consideri che l'effetto del peso, la resistenza dell'aria e l'attrito viscoso nel fluido siano trascurabili, e si supponga che la pressione dappertutto sia costante. Dopo avere opportunamente scelto un volume di controllo, determinare l'angolo θ formato tra il vettore $\mathbf{v}_3$ e l'asse x_1, nonchè il modulo della velocità media $\mathbf{v}_3$.