

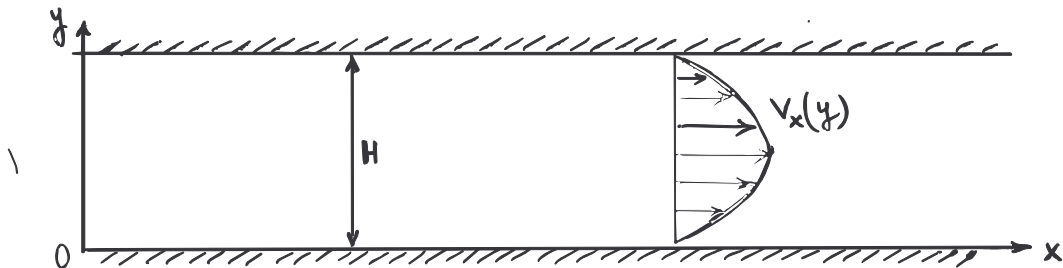


Università degli Studi di Genova
Facoltà di Ingegneria

Esame di Meccanica dei Fluidi
15 Febbraio 2005, ore 9:00
Appunti del corso e testi ammessi
Rispondete dettagliatamente e giustificate tutte le vostre risposte

Esercizio 1: Analisi integrale del moto: flusso tra due piastre piane e parallele

Si consideri il moto incomprimibile, bidimensionale, piano e permanente di un fluido viscoso compreso tra le due piastre piane di figura, per effetto di un gradiente di pressione dp/dx . Si è sufficientemente lontani dalla stazione di ingresso, di modo che il moto laminare possa essere considerato *completamente sviluppato*, cioè il profilo di velocità longitudinale è invariante rispetto all'asse x , mentre la velocità verticale è identicamente nulla.



Dopo aver scelto un volume di controllo appropriato, si formalizzi l'equazione integrale della quantità di moto per determinare la relazione che lega il gradiente di pressione dp/dx agli sforzi di taglio sulle pareti. Cosa succede all'equazione integrale di conservazione della massa?

Esercizio 2: Similitudine

Un prototipo di aereo è destinato a volare a $600 \text{ [km h}^{-1}\text{]}$. Si realizza in galleria del vento un modellino in scala 1:20 rispettando la similitudine di Reynolds.

1. Se le condizioni di temperatura e pressione sono le stesse nella galleria e nell'atmosfera, quale deve essere la velocità dell'aria per il modello? Commentare!
2. Se si vuole studiare il modello alla stessa velocità del prototipo e alla stessa temperatura (si consideri l'aria un gas perfetto) quale deve essere la relazione tra la pressione nella galleria del vento e la pressione atmosferica (si consideri nota la dipendenza funzionale della viscosità dinamica μ rispetto alla pressione p).
3. Per ciascuno dei due casi considerati, si calcoli il rapporto delle forze applicate al modello e al prototipo.

Esercizio 3: Analisi della deformazione

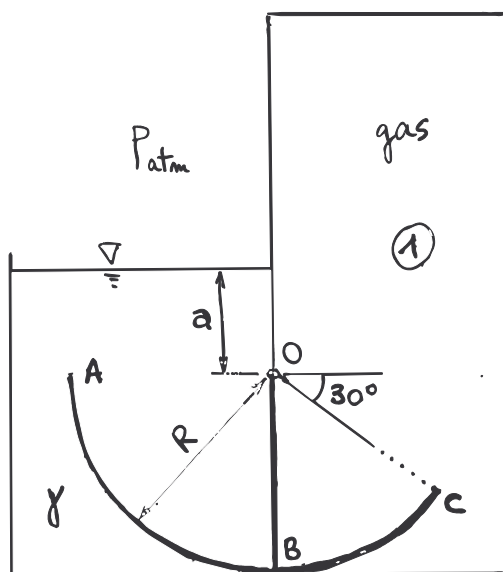
Il moto bidimensionale piano di un fluido incomprimibile è dato in un intorno del punto P_0 da:

$$\mathbf{v} = (v_x, v_y) = (2y^2, 0).$$

La velocità in un punto P del campo di moto sufficientemente vicino a P_0 può essere espressa tramite un semplice sviluppo di Taylor al prim'ordine che fa intervenire il tensore gradiente di velocità del flusso. Dopo aver mostrato che il tensore (la matrice) gradiente di velocità del fluido può essere scomposto nella somma di una matrice simmetrica ed una antisimmetrica, si calcolino tutte le componenti dei tensori della velocità di deformazione e della velocità di rotazione e si descriva il loro significato fisico.

Esercizio 4: Spinte e momenti su superfici gobbe

Si calcoli la pressione p_1 del gas nella camera 1 necessaria affinché la paratoia OABC, incernierata in O e supposta di profondità unitaria rimanga in equilibrio. Dati: $a = 0.2$ [m], $R = 0.4$ [m], $p_{atm} = 10^5$ [Nm⁻²], $\gamma = 10^4$ [Nm⁻³].



Correzione esame di

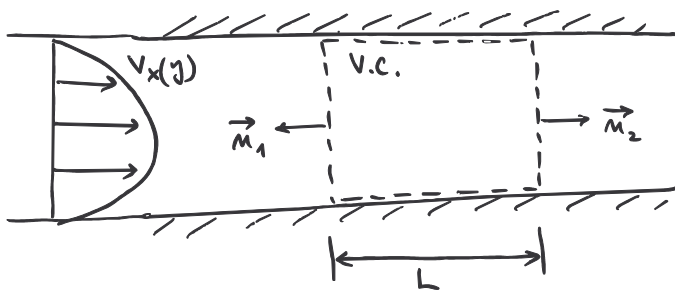
Meccanica dei Fluidi, La Spina

15.02.05

①

Es. 1

Si consideri il volume di controllo di figura di lunghezza L :



$$\begin{cases} v_x = v_x(y) \\ v_y \equiv 0 \end{cases}$$



L' eq. integrale delle quantità di moto si scrive:

$$\frac{0}{dt} \int_{v.c.} \rho \vec{v} dV + \int_{s.c.} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA = \int_{s.c.} p \vec{n} dA + \vec{F}_v$$

moto permanente

lungo y e z tutto è zero (meno eventualmente dai termini che possono nascere dalla presenza della gravità, ma che non hanno effetto sul gradiente di pressione longitudinale).

Lungo x :

$$\int_{s.c.} \rho v_x (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA = \int_{s.c.} \rho v_x [-v_x + v_x] dA = 0$$

Quindi:

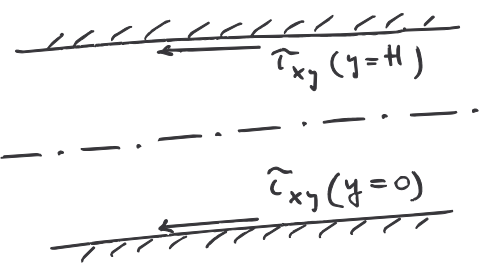
$$\boxed{- \int_{s.c.} p \vec{n} dA = \vec{F}_v} \quad (\text{forze visose dovute alle sfere di parete})$$

$$\int_0^H p_1 dy - \int_0^H p_2 dy = L \left[\tilde{\tau}_{xy}(y=H) + \tilde{\tau}_{xy}(y=0) \right]$$

* $p = p(x)$ soltanto

* $\tilde{\tau}_{xy}(y=H) = \tilde{\tau}_{xy}(y=0) = \tilde{\tau}_{parete}$

per la simmetria rispetto all'asse.



Quindi: $\frac{1}{L} \int_0^H (p_1 - p_2) dy = 2 \tilde{\tau}_{parete}$

$\Rightarrow \left(\frac{p_1 - p_2}{L} \right) H = 2 \tilde{\tau}_p \quad \rightarrow \quad -H \frac{dp}{dx} = 2 \tilde{\tau}_p$

(poiché $p \neq p(y)$)

Es. 2

Per il prototipo: $Re = \frac{\rho_\infty U_\infty L}{\mu_\infty}$

(il pedice ∞ indica le condizioni dell'aria lontano dal veicolo)

Per il modello: $Re' = \frac{\rho'_\infty U'_\infty L'}{\mu'_\infty}$

1) Stessa pressione e temperatura:

$\Rightarrow \rho_\infty = \rho'_\infty, \mu_\infty = \mu'_\infty$; inoltre $d = \frac{L'}{L} = \frac{1}{20}$

$Re = Re' \rightarrow U'_\infty = U_\infty \frac{L}{L'} = 20 U_\infty$

discorre $U_\infty = 600 \text{ [km/h]} \rightarrow U'_\infty = 12000 \text{ [km/h]}$

PER POCO REALISTA !!

2) Stessa temperatura e stessa velocità-

$$U_{\infty} = U'_{\infty}$$

$$T_{\infty} = T'_{\infty} \implies \frac{P_{\infty}}{\rho_{\infty}} = \frac{P'_{\infty}}{\rho'_{\infty}}$$

$$Re = \frac{\rho_{\infty} U_{\infty} L}{\mu_{\infty}} = Re' = \frac{\rho'_{\infty} U'_{\infty} L'}{\mu'_{\infty}} \implies$$

$$\implies \frac{P_{\infty}}{\mu_{\infty}} = \lambda \frac{P'_{\infty}}{\mu'_{\infty}} = \frac{1}{20} \frac{P'_{\infty}}{\mu'_{\infty}}$$

Dalle tabelle sperimentali si può tracciare la curva $\mu = f(P)$ per ogni T data. Quindi conoscendo la pressione nel prototipo P_{∞} (tipicamente la pressione atmosferica) si ottiene μ_{∞} . Da qui si ha quindi $\frac{P_{\infty}}{\mu_{\infty}}$.

(*) $\boxed{P'_{\infty} = k \mu'_{\infty}}$ con $k = 20 \frac{P_{\infty}}{\mu_{\infty}}$

costante di proporzionalità nota

Intersecando la linea $\mu = f(P)$ con la retta (*) si determina quindi P'_{∞} e μ'_{∞} , da cui si deducano infine i rapporti

$$\alpha = \frac{P_{\infty}}{P'_{\infty}} \quad e \quad \beta = \frac{\mu_{\infty}}{\mu'_{\infty}}$$

(4)

3) Il rapporto tra le forze è dato da:

$$\frac{F'}{F} = \frac{\rho'_{\infty} U'^2_{\infty} L'^2}{\rho_{\infty} U^2_{\infty} L^2} \quad \text{con} \quad \frac{\rho'_{\infty} U'_{\infty} L'}{\mu'_{\infty}} = \frac{\rho_{\infty} U_{\infty} L}{\mu_{\infty}}$$

$$\begin{aligned} \text{Quindi:} \quad \frac{F'}{F} &= \frac{\rho'_{\infty}}{\rho_{\infty}} \frac{L'^2}{L^2} \frac{1}{U^2_{\infty}} \left[\frac{\rho_{\infty}}{\rho'_{\infty}} \frac{\mu'_{\infty}}{\mu_{\infty}} \frac{L}{L'} U_{\infty} \right]^2 = \\ &= \frac{\rho_{\infty}}{\rho'_{\infty}} \frac{\mu'^2_{\infty}}{\mu_{\infty}^2} \end{aligned}$$

Nel primo caso: $\rho_{\infty} = \rho'_{\infty}$ e $\mu_{\infty} = \mu'_{\infty}$

$$\rightarrow \boxed{\frac{F'}{F} = 1}$$

Nel secondo caso: $T_{\infty} = T'_{\infty} \rightarrow \frac{\rho_{\infty}}{\rho'_{\infty}} = \frac{\mu_{\infty}}{\mu'_{\infty}} \rightarrow \frac{\rho_{\infty}}{\rho'_{\infty}} = \frac{\mu_{\infty}}{\mu'_{\infty}}$

$$\rightarrow \boxed{\frac{F'}{F} = \frac{\rho_{\infty}}{\rho'_{\infty}} \frac{\mu'^2_{\infty}}{\mu_{\infty}^2} = \frac{\alpha}{\beta^2}}$$

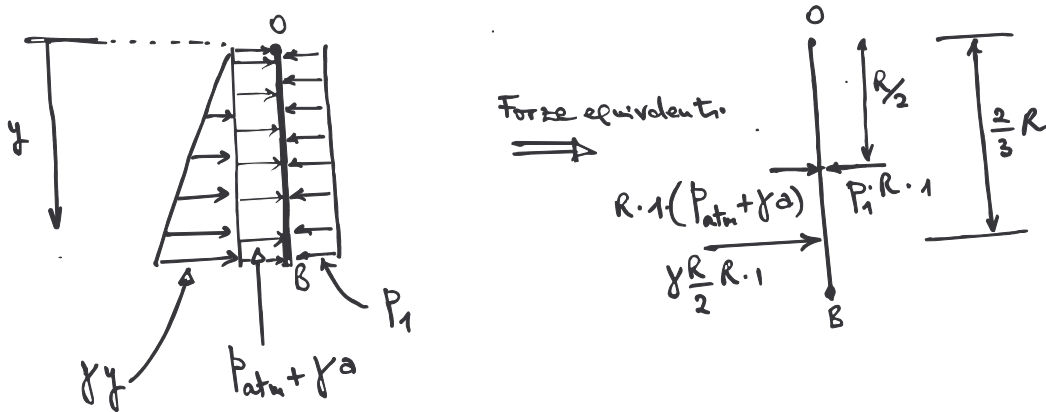
Es. 3 Analisi della deformazione

Vedi correzione dell' esercizio analogo
proposto per l' esame del 14/02/05 agli
studenti iscritti a Genova.

Es. 4

Ovviamente la parte semicircolare della paratia ABC non dà nessun contributo al bilancio dei momenti.

Resta solo la parte OB, per la quale il diagramma delle pressioni è come indicato in figura.



Equilibrio dei momenti: $(p_{atm} - p_1 + \gamma a) \frac{R^2}{2} + \gamma \frac{R^3}{3} = 0$

$$\rightarrow \boxed{p_1 = p_{atm} + \gamma a + \frac{2}{3} \gamma R}$$

$$= 10^5 + 10^4 \times 0.2 + \frac{2}{3} 10^4 \cdot 0.4 = 104666.7 \left[\frac{N}{m^2} \right]$$