UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA

SCUOLA POLITECNICA DIME

Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Energetica, Gestionale e dei Trasporti



TESI DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA

Rilevamento di onde d'urto e scomposizione della resistenza aerodinamica

Relatore:

Chiar. mo Prof. Ing. Alessandro Bottaro

Correlatore:

Dott. Ing. Joel Guerrero

Candidati:

Marco Del Popolo Andrea Borasio

Rilevamento di onde d'urto e scomposizione della resistenza aerodinamica

Sommario

L'oggetto della seguente tesi è l'analisi delle caratteristiche prestazionali di due profili alari bidimensionali, il primo ideale (NACA 0012) e il secondo reale (RAE 2822), e di un'ala di apertura finita (Onera M6). Per ogni profilo alare, con una particolare attenzione a quello ideale bidimensionale, è stato valutato l'andamento dei coefficienti di resistenza e di portanza in funzione di parametri caratteristici e sono state rilevate le intensità d'onda d'urto e di effetti viscosi e spuri dovuti a errori di approssimazioni della simulazione.

Essendo nell'attuale mondo dell'ingegneria sempre più fondamentale l'utilizzo del calcolatore, si è cercato di sviluppare tale problema aerodinamico attraverso l'utilizzo di software che potessero essere formativi nell'ottica di un futuro percorso lavorativo.

Per trovare il metodo migliore con cui quantificare gli effetti dell'onda d'urto sulla resistenza aerodinamica, sono stati utilizzati, pertanto, i software Ansys Fluent ed Ensight. Attraverso Ansys Fluent e numerose simulazioni, è stata effettuata la scomposizione della resistenza aerodinamica nelle sue componenti e sono stati calcolati i valori numerici dei coefficienti necessari all'analisi. Successivamente, grazie all'ausilio di Ensight, è stata effettuata una nuova scomposizione per poter, infine, confrontare i risultati ottenuti dai due diversi software e verificare la correttezza dei metodi applicati e dei valori calcolati.

Shock wave detection and drag decomposition

Abstract

The object of the following thesis is the analysis of the performance characteristics of two two-dimensional airfoils, the first ideal (NACA 0012) and the second real (RAE 2822), and a three-dimensional finite span wing (Onera M6). For each airfoil, with particular attention to the two-dimensional ideal one, we have evaluated the performance of the drag and lift coefficients as a function of characteristic parameters and have measured the shock wave, the viscous effects and the spurious effects caused by errors in the numerical approximations.

Considering the fact that in the current engineering world the use of the computer has become fundamental, we have tried to analyse this aerodynamic problem through the use of software tools which could be of interest in the perspective of a future career path.

For this reason, to find the best method to quantify the effects of the shock wave on the aerodynamic drag, we have used the Ansys Fluent and Ensight software. Through Ansys Fluent and numerous simulations, the aerodynamic drag was decomposed into its components and we have calculated the numerical values of the coefficients required for the analysis. Subsequently, using Ensight, a new decomposition was carried out in order to finally compare the results obtained by the two different software tools and to verify the correctness of the applied methods and the calculated values.

Indice

Sommario	I
Abstract	II
Ringraziamenti	III
1. MODELLO MATEMATICO ED AERODINAMICO	4
1.1 FLUIDODINAMICA COMPUTAZIONALE (CFD)	4
1.1.1 Metodo dei Volumi Finiti (FVM)	
1.2 FORMULAZIONE MATEMATICA	
1.3 FORZE AERODINAMICHE	
1.4 Problema Fisico e Aerodinamico	
1.4.1 Caso esaminato	
1.4.1.1 Profile NACA 0012	
1.4.2 Mach Critico (Ma _{Cr}) 1.4.3 Drag Divergence Mach Number (Ma _{DD})	
1.4.4 Near, Far and Mid Field	
1.4.4.1 Near Field	
1.4.4.2 Far Field	_
1.4.4.3 Mid Field	
1.4.4.4 Resistenza viscosa, d'onda ed indotta	
1.4.5 Onda d'urto	
1.4.6 Metodi di rilevamento di onde d'urto	
1.4.6.1 Metodo basato sul gradiente delle proprietà del flusso	
2. MODELLO DI TURBOLENZA E MODELLO NUMERICO	
2.1 MODELLO DI TURBOLENZA SST K-Ω	19
2.2 K – E	
$2.3 \mathrm{K} - \Omega$	
2.4 CONCLUSIONI	
2.5 MODELLO NUMERICO	20
3. PROFILO NACA0012	21
3.1 VALIDAZIONE DELLA MESH	21
3.2 MACH CRITICO	24
3.3 DRAG DIVERGENCE MACH NUMBER	32
3.4 SCOMPOSIZIONE FORZA DI RESISTENZA (NACA 0012)	35
3.5 EFFICIENZA AERODINAMICA	44
4. PROFILO RAE 2822	45
4.6.1 Mach Critico (Ma _{Cr})	45
3.6.2 Drag Divergence Mach Number (Ma _{DD})	
4.6.3 Rilevamento e Scomposizione Onda d'Urto (RAE 2822)	
5. ANALISI TRIDIMENSIONALE	
5.1 Onera M6	ΔV
5.2 SCOMPOSIZIONE ONDA D'URTO	
6. CONCLUSIONI	55

1. Modello matematico ed aerodinamico

1.1 Fluidodinamica Computazionale (CFD)

La fluidodinamica computazionale (CFD - Computational Fluid Dynamics) [1] è un metodo sviluppato a partire dagli anni '50 che sfrutta la potenza di calcolo dei computer per risolvere problemi fluidodinamici. Negli ultimi decenni ha visto un incremento sempre maggiore del suo impiego grazie all'aumento della velocità dei computer.

I vantaggi che derivano dall'utilizzo della CFD sono assolutamente significativi in ambito di progetto e di studio dal punto di vista sia economico sia temporale, dal momento che è possibile analizzare diverse configurazioni senza che si debbano effettuare innumerevoli test in galleria del vento.

Lo studio della fluidodinamica computazionale si sviluppa in tre fasi:

- 1) Preprocessore: traduzione del problema fisico in problema matematico. Viene definito il dominio di calcolo mediante una mesh, in cui si modella la particolare geometria di interesse. La mesh può essere bidimensionale (come nel caso di profili aerodinamici) o tridimensionale (per studiare oggetti 3D). Dopodiché vengono definite le condizioni al contorno (Boundary Conditions) e le proprietà del fluido e del moto.
- 2) Solutore: effettua l'integrazione numerica delle equazioni che regolano il problema fisico, risolvendo iterativamente il sistema algebrico ad esso collegato. Il solutore impiegato in questo lavoro provvede ad implementare il Metodo dei Volumi Finiti (FVM).
- 3) **Postprocessore:** si analizzano i risultati forniti dal solutore. I software usati più comunemente sono Ansys Fluent, Ensight, OpenFOAM.

Possiamo dire che l'analisi fluidodinamica dipende dalle equazioni del moto del fluido. Esistono tre differenti regimi fluidodinamici: laminare, nel quale non sono presenti effetti di turbolenza, caratterizzati da un basso numero di Reynolds; turbolento, nel quale si verificano le condizioni opposte rispetto al caso precedente; transitorio, rappresenta la situazione intermedia.

1.1.1 Metodo dei Volumi Finiti (FVM)

Il metodo numerico dei volumi finiti [2] serve per poter integrare equazioni differenziali alle derivate parziali in un volume ai confini del quale vengono imposte delle condizioni al contorno. La peculiarità di tale metodo risiede nel fatto che l'intero dominio viene suddiviso in tanti volumi elementari di dimensione finita e, grazie a ciò, si riescono a ricavare le relazioni che intercorrono tra i vari volumi confinanti, attraverso l'utilizzo della forma integrale delle equazioni del problema. La risoluzione numerica di tale problema viene affidata ad un calcolatore a causa della sua elevata complessità.

1.2 Formulazione Matematica

Uno dei parametri più significativi per la caratterizzazione di un regime fluidodinamico è il numero adimensionale di Reynolds:

$$Re = \frac{\rho Vl}{\mu} \tag{1.1}$$

dove con μ viene indicata la viscosità dinamica, con ρ la densità del fluido, con V la velocità di riferimento e con l la lunghezza caratteristica del fenomeno che si vuole studiare [3]. Nella pratica, il numero di Reynolds rappresenta il rapporto tra le forze d'inerzia e le forze viscose. I flussi si suddividono in laminari e turbolenti al variare del suo valore numerico, tuttavia per qualsiasi tipo di flusso il solutore risolve le equazioni della conservazione della massa e del momento (*equazioni di Navier-Stokes*):

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \\ \frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau \\ \frac{\partial (\rho e_t)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e_t u) = \nabla \cdot q - \nabla \cdot (\rho u) + \tau : \nabla u \\ p = \rho R_g T \end{cases}$$
(1.2)

Dove τ è il tensore relativo alla scia

Le equazioni di Navier-Stokes nella forma scritta qui sopra sono valide sotto opportune ipotesi: il flusso deve essere omogeneo, incomprimibile (ρ =cost) ed a viscosità costante (μ =cost).

I flussi turbolenti presentano al loro interno dei vortici, infatti sono denotati come flussi rotazionali ($\omega = \nabla \times v \neq 0$) e quindi di tipo tridimensionale non stazionario. In questa tipologia di flusso la variazione di quantità di moto non è governata solo dalle forze viscose e di pressione, ma anche da scambi di energia tra il flusso e i vortici e tra i vortici più grossi e quelli più piccoli e così via. Poiché in questo caso le equazioni di Navier-Stokes sono altamente non lineari, variazioni minime delle condizioni al contorno comportano elevate variazioni di velocità e pressione; per aggirare questo problema si dovrebbe infittire la griglia computazionale col fine di riuscire a simulare anche l'andamento dei vortici più piccoli. Tuttavia ad oggi per situazioni di interesse ingegneristico è preferibile ricorrere a dei modelli di turbolenza.

1.3 Forze Aerodinamiche

La quantificazione delle forze aerodinamiche [4] agenti su profili in movimento in un fluido è un aspetto fondamentale della progettazione di un velivolo.

La risultante della forza agente sul profilo viene scomposta nelle sue componenti normale, portanza o lift, e parallela, resistenza aerodinamica o drag, alla direzione della velocità del fluido (Fig. 1.1).

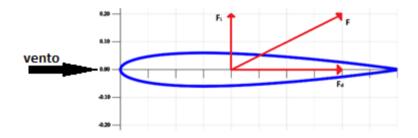


Figura 1.1: Componenti della forza aerodinamica

La portanza permette al velivolo di alzarsi in quota ed è generata principalmente dalla differenza di pressione tra la regione inferiore e superiore del profilo alare. L'analisi computazionale permette di risalire al valore della forza di portanza a partire dal suo coefficiente:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \tag{1.3}$$

dove A è la superficie resistente.

La resistenza è una forza avente direzione uguale a quella della velocità, ma verso opposto. Il suo valore è dato dalla combinazione di più elementi: fattore d'attrito, dovuto quindi alla viscosità del fluido; fattore di forma, dipendente dalla particolare geometria del corpo e dalla sua disposizione spaziale; fattore di resistenza indotta, dovuto alla differenza di pressione tra parte superiore ed inferiore del profilo alare, facendo sì che l'aria tenda a migrare nella zona di bassa pressione; fattore d'onda, generato solo per Mach circa maggiori di 0,7, nel quale il flusso accelera localmente raggiungendo velocità supersoniche per poi decelerare attraverso l'onda d'urto.

In maniera analoga a quanto visto per la portanza, è possibile ricavare il valore della forza di resistenza partendo dal suo coefficiente:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \tag{1.4}$$

1.4 Problema Fisico e Aerodinamico

1.4.1 Caso esaminato

Con lo scopo di valutare i vari contributi di resistenza aerodinamica su un profilo alare, si è considerato un profilo di tipo NACA 0012 immerso in un fluido, aria nel caso in esame, con prefissate caratteristiche fisiche.

Il comportamento del fluido è stato approssimato a quello di un gas ideale; per il calcolo della viscosità si è fatto riferimento al modello di Sutherland. Per raggiungere gli scopi prefissati si sono fatti variare in modo opportuno i valori di velocità ed inclinazione del fluido, modificando in tal senso l'angolo di attacco.

1.4.1.1 Profilo NACA 0012

Durante lo studio del caso bidimensionale si è preso in considerazione un modello alare di tipo NACA 0012 (Fig. 2.1) [5]. La NACA (*National Advisory Committee for Aeronautics*, oggi NASA) a partire dagli anni '30 ha studiato diversi profili aerodinamici identificati con codici "a 4 cifre", rappresentative di caratteristiche geometriche; in particolare nel profilo NACA 0012 la prima cifra definisce l'ordinata massima della linea media espressa in percentuali di corda, la seconda il valore dell'ascissa nel punto di ordinata massima della corda espressa in decimi di lunghezza della stessa, le ultime due indicano lo spessore massimo del profilo in percentuali di corda. Essendo in questo caso nulle le prime due cifre, significa che il profilo è simmetrico e quindi possiede un valore nullo della portanza per $\alpha=0^{\circ}$.

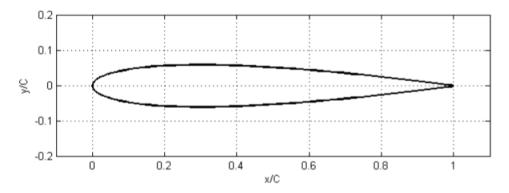


Figura 2.1: Profilo alare NACA 0012

1.4.2 Mach Critico (Ma_{Cr})

Per ogni tipologia di profilo alare, è importante conoscere il valore del parametro *Mach Critico* in quanto rappresenta la velocità limite della corrente d'aria indisturbata, espressa in funzione del valore Mach, prima che compaia sull'ala una zona in cui la velocità sia sonica. La velocità del flusso in ogni punto del profilo alare risulta quindi diversa dall'effettiva velocità di spostamento dell'aereo; questo fenomeno induce la creazione di una debole onda d'urto, la quale tende ad espandersi man mano che ci si allontana dal valore di Ma_{Cr}, che, generando una variazione dei campi di pressione, velocità, temperatura e densità del fluido, provoca un aumento della resistenza aerodinamica.

1.4.3 Drag Divergence Mach Number (Madd)

Un altro parametro preso in considerazione è il *Drag Divergence Mach Number*, il cui valore dipende dal numero di Mach e dal coefficiente di resistenza C_d. Il *Drag Divergence* si presenta quando la resistenza sull'ala incomincia ad aumentare proporzionalmente al numero di Mach. Per poter quantificare in modo empirico [6] il suo valore numerico è stato intersecato il grafico Ma-C_d (Fig. 3.1) con una retta di coefficiente angolare pari a 0,1, come mostrato dall'equazione (1.5). L'intersezione tra le due curve fornirà il valore desiderato. Solitamente tale valore è superiore a 0,6.

$$\frac{\partial Ma}{\partial C_d} = 0.1\tag{1.5}$$

A titolo esemplificativo viene riportato, in Fig. 3.1, un ingrandimento di un grafico Ma-C_d valutato per α =0° in cui si evidenzia il Ma_{DD} :

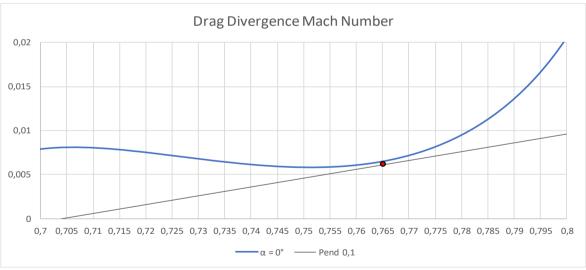


Figura 3.1: dettaglio curva di Ma-Cd, valutata per α=0°

Per questo specifico caso Ma_{DD} =0,765. Successivamente si riporteranno tutti i casi d'esame considerati.

1.4.4 Near, Far and Mid Field

Si vogliono introdurre brevemente tre metodi di calcolo della forza di resistenza [7].

1.4.4.1 Near Field

Con l'approccio Near Field la forza di resistenza generata dal fluido sul corpo viene espressa mediante la seguente funzione integrale (1.6):

$$D = \iint_{Body} [-(P - P_{\infty})n_{\chi} + \vec{\tau}_{\chi} \cdot \vec{n}] dS$$
 (1.6)

dove P è la pressione, τ è il tensore degli sforzi, \vec{n} è il versore normale alla superficie del profilo, indicata con "Body", n_x è la componente di \vec{n} nella direzione del moto incidente. I due termini rappresentano l'aumento di resistenza aerodinamica dovuta alla differenza di pressione ed all'attrito di parete rispettivamente.

1.4.4.2 Far Field

Basandosi sull'approssimazione delle piccole perturbazioni, il Teorema della conservazione della quantità di moto si può sfruttare come di seguito:

$$D = \iint_{WA} P_{\infty} \frac{\Delta s}{R} dS + \iint_{WA} \frac{\rho_{\infty}}{2} (v^2 + w^2) dS + O(\Delta^2)$$
 (1.7)

dove Δs rappresenta la produzione di entropia, R è la costante dei gas, ρ la densità, (u, v, w) le componenti della velocità e Δ il termine di perturbazione. L'area di integrazione "WA" indica il piano della scia normale alla direzione del flusso sul quale si genera l'onda d'urto. Il primo termine rappresenta la resistenza entropica nella quale sono inclusi i contributi d'onda, viscosi e spuri. Il secondo invece rappresenta la resistenza dovuta ai vortici, chiamata resistenza indotta. Nel caso bidimensionale quest'ultimo termine sarà trascurato in quanto non si generano vortici di fondo ala.

1.4.4.3 Mid Field

L'approccio *Mid Field*, al contrario del *Near Field*, esprime la forza di resistenza generata dal corpo sul fluido, deriva da quello *Far Field* applicando ad esso il Teorema della divergenza di Gauss. Il termine entropico della forza resistente è indicato di seguito:

$$D_{Entropy} = \iint_{WA} \vec{F}_{(\Delta s)} \cdot \vec{n} \, dS = \iiint_{V} \nabla \cdot \vec{F}_{(\Delta s)} dv$$
 (1.8)

dove $\vec{F}_{(\Delta s)}$ è la resistenza entropica sul piano della scia e l'integrale di volume indica il flusso attorno al profilo. Il termine di resistenza entropica è scomponibile nel dominio del campo di flusso, come si può notare nel grafico (Fig. 4.1); infatti la produzione entropica si verifica nelle regioni dove è presente l'onda d'urto (V_{shock}) e dove si trova la scia ($V_{viscous}$). Quindi nella regione rimanente ($V_{spurious}$) si concentrano tutti quegli effetti non legati al problema fisico, bensì ad errori legati alle approssimazioni matematiche ed alla qualità della mesh.

Il contributo spurio nelle regioni in cui si propagano l'onda d'urto e la scia è irrisorio, infatti questo si concentra maggiormente nelle zone limitrofe alla scia.

$$D_{Entropy} = \iiint_{V} \nabla \cdot \vec{F}_{(\Delta s)} dv = \iiint_{V} F_{div\Delta s} dv =$$

$$= \iiint_{V_{shock}} F_{div\Delta s} dv + \iiint_{V_{viscous}} F_{div\Delta s} dv + \iiint_{V_{snurious}} F_{div\Delta s} dv$$

$$(1.9)$$

Il vantaggio di utilizzare questo metodo consiste nella sua capacità di esplicitare i vari termini di resistenza e di poterli visualizzare.

Si sono potute individuare le regioni in cui si propagano l'onda d'urto e la scia grazie all'utilizzo di due sensori proposti da Paparone e Tognaccini [7] e riportati di seguito:

$$f_{shock} = \frac{(\vec{V} \cdot \nabla P)}{a|\nabla P|} \tag{1.10}$$

$$f_{viscous} = \frac{\mu_l + \mu_t}{\mu_l} \tag{1.11}$$

dove \vec{V} è il vettore velocità, a la velocità del suono locale; μ_l e μ_t sono la viscosità laminare e turbolenta rispettivamente.

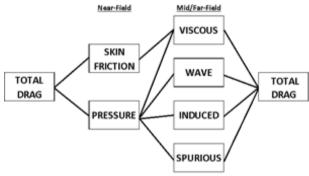


Figura 4.1: Scomposizione della resistenza

1.4.4.4 Resistenza viscosa, d'onda ed indotta

Per poter effettuare l'analisi della resistenza [8], si combinano fra loro le equazioni della conservazione della massa e della quantità di moto, calcolata lungo la direzione x, all'interno del dominio:

$$\iint_{\partial V} (div \left[\rho(u - u_{\infty}) \vec{V} \right] + \frac{\partial (p - p_{\infty})}{\partial x} - div \vec{\tau}_{x})_{x} dS = 0$$
 (1.12)

dove ∂V rappresenta la frontiera del volume di controllo attorno al corpo, definita da:

$$\partial V = S_A + S_F + S_D \tag{1.13}$$

dove S_A è la superficie adiacente al corpo, S_F la parte superiore e S_D la parte inferiore. La resistenza aerodinamica si può scomporre per un profilo alare nelle componenti di pressione D_p e d'attrito D_f :

$$D = D_p + D_f =$$

$$= \iint_{S_A} (p - p_\infty) n_x dS - \iint_{S_A} (\vec{\tau}_x \cdot \vec{n}_x) dS$$
(1.14)

dove $D_p + D_f$ indica generalmente la resistenza nel Near Field, mentre la superficie integrale S_A la resistenza nel Far Field. Si può quindi affermare che le componenti della resistenza di pressione D_p e d'attrito D_f possono essere valutate come differenza tra il valore dell'equazione (1.13) ed il risultato ottenuto integrando la stessa equazione sulle superfici integrali $S_F + S_D$.

Le resistenze viscosa, d'urto ed indotta sono legate al concetto di flusso interno viscoso e flusso esterno non viscoso. Quella viscosa è racchiusa nel volume di controllo definito da $V_V + V_W$, dove il primo termine contiene gli strati limite e quelli viscosi di taglio ed il secondo contiene quelli dell'onda d'urto; al di fuori di tale volume di controllo gli effetti di trasferimento del calore e di viscosità sono ampiamente trascurabili.

Assumendo che il fluido sia completamente non viscoso al di fuori di tale volume e considerando il caso in cui non ci siano vortici ($\vec{\tau}_{\chi} = 0$ e v=w=0), l'equazione (1.14) può esser riscritta nel seguente modo:

$$D_p + D_f = D_v + D_w =$$

$$= -\iint_{S_D} \rho(u - u_\infty)(\vec{V} \cdot \vec{n}) dS$$
(1.15)

dove D_v è la resistenza viscosa e D_w è la resistenza d'onda.

Si è espressa la pressione statica (1.16) attraverso delle variabili termodinamiche, quali l'entropia (1.17) e l'entalpia di ristagno (1.18), per poter quantificare numericamente il valore di $u - u_{\infty}$ (1.23):

$$p = p_{\infty}e^{-\frac{\Delta s}{R}}\left[1 + \frac{(\gamma - 1)Ma_{\infty}^{2}}{2} \cdot \left(1 - \frac{u^{2} + v^{2} + w^{2}}{u_{\infty}^{2}} + \frac{2\Delta H}{u_{\infty}^{2}}\right)\right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$
(1.16)

$$\Delta s = \frac{R}{\gamma - 1} \log \left[\frac{p}{p_{\infty}} \left(\frac{\rho_{\infty}}{\rho} \right)^{\gamma} \right]$$
 (1.17)

$$\Delta H = H - H_{\infty} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{p}{\rho} - \frac{p_{\infty}}{\rho_{\infty}} \right) + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{u_{\infty}^2} - \frac{u_{\infty}^2}{2}$$
(1.18)

$$\Delta u = u_{\infty} \sqrt{1 + 2\frac{\Delta H}{u_{\infty}^2} - \frac{2}{(\gamma - 1)Ma_{\infty}^2} \left[\left(e^{\frac{\Delta s}{R}} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 - u_{\infty} \right]}$$
 (1.19)

Applicando il teorema della divergenza e sfruttando le espressioni sopra riportate, è possibile riscrivere l'equazione (1.15) come di seguito per definire la resistenza viscosa e quella d'onda:

$$D_{v} + D_{w} = -\iiint_{V_{V} + V_{W}} div(\rho \Delta u \vec{V}) dV$$
 (1.20)

Con questo risultato del flusso si assume che non vi siano discontinuità reali nella soluzione; ciò in linea teorica è valido sia nel flusso viscoso reale che nel flusso calcolato numericamente, è infatti possibile uniformare i risultati modificando artificialmente il valore della viscosità in modo tale da eliminare le discontinuità. Conseguentemente, l'equazione (1.20) fornisce risultati corretti anche in caso di flusso puramente euleriano. Infatti trasformando il precedente integrale di volume in uno di superficie si ottiene l'espressione corretta della resistenza d'onda D_w facendo tendere $V_V + V_W$ a zero in modo tale che il suo limite si riduca ad una discontinuità di onde d'urto e di contatto. Il valore della resistenza viscosa sommato a quello dell'onda è univoco una volta che $V_V + V_W$ sono stabiliti.

L'equazione (1.20) può essere riscritta nel seguente modo sotto opportune ipotesi:

$$D_v + D_w = -\iiint_{V_V + V_W} div \vec{f}_{vw} dV$$
 (1.21)

dove $\vec{f}_{vw} = -\rho \Delta u \vec{V}$ è il sensore relativo alla quantità di moto.

Dalla (1.21) deriva la definizione di drag indotto, è infatti possibile espandere la sua espressione come segue:

$$D_p + D_f = D_v + D_w + \iiint_{V_v + V_w} div \vec{f_i} \, dV - \iint_{S_A} (\vec{f_i} \cdot \vec{n}) dS$$
 (1.22)

dove:

$$D_i = \iiint_{V_V + V_W} div \vec{f_i} \, dV - \iint_{S_A} (\vec{f_i} \cdot \vec{n}) dS$$
 (1.23)

Con queste espressioni è possibile definire con esattezza il bilancio della resistenza tra Near e Far Field.

$$D_p + D_f = D_v + D_w + D_i (1.24)$$

1.4.5 Onda d'urto

Il fenomeno dell'onda d'urto [9] può essere classificato in quattro categorie:

- 1) Onda d'urto attaccata al profilo alare (Fig. 5.1) quando il campo di flusso supersonico incontra una superficie formata da uno spigolo vivo.
- 2) Onda d'urto staccata (Fig. 6.1) quando il flusso supersonico intercetta una superficie arrotondata.
- 3) Onda d'urto di ricompressione (Fig. 7.1) generata per compensare il campo di pressione di un flusso transonico nella zona lontana dall'ala.
- 4) Onda d'urto indotta secondaria dovuta ad esempio ad una interazione tra due onde d'urto oppure tra un'onda d'urto e la superficie alare.

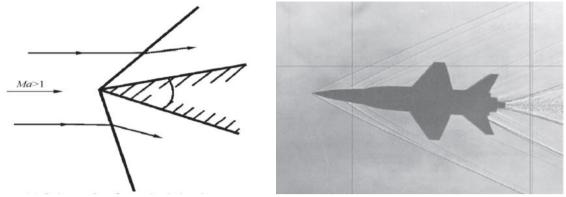


Figura 5.1: Onda d'urto attaccata

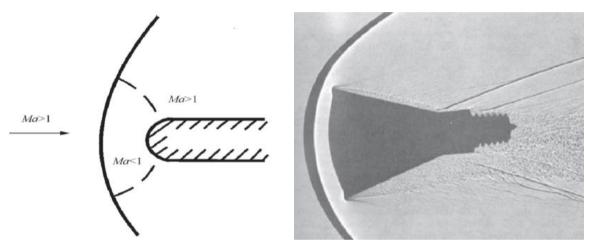


Figura 6.1: Onda d'urto staccata

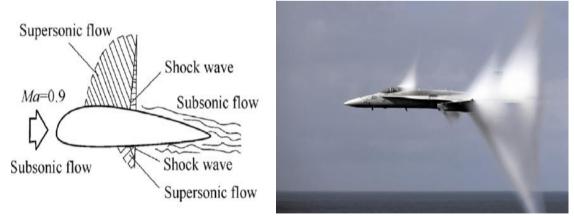


Figura 7.1: Onda d'urto di ricompressione

Lo studio sulle onde d'urto è importante per i seguenti motivi:

- 1) Causano una caduta della pressione totale, inficiando le prestazioni di motori scramjet, motori a reazione che non utilizzano parti rotanti per comprimere l'aria.
- 2) Attraverso di esse temperatura, densità, pressione ed entropia aumentano, con conseguente diminuzione del numero Mach e quindi della pressione totale.
- 3) La resistenza dovuta all'onda nei velivoli ad alta velocità porta ad un comportamento meno performante degli stessi.
- 4) Aumentano significativamente il carico di pressione dando origine ad un innalzamento del calore complessivo.
- 5) Possono interagire con altri elementi (ad esempio la superficie alare, altre onde d'urto, etc.), producendo nuovi campi come la separazione o transizione del flusso.

A tal proposito è importante sviluppare dei metodi affidabili per catturare la presenza dell'onda d'urto e quantificarne l'influenza sulle prestazioni complessive del velivolo.

Durante la fase di *post processing* è fondamentale interpretare in modo opportuno i risultati forniti dal solutore, in quanto l'oscillazione numerica può far sì che onde d'urto più piccole non vengano rilevate e al contempo è anche possibile che il calcolo associ ad onde d'urto reali, onde d'urto più piccole che effettivamente non esistono. Inoltre è anche possibile che gli urti vengano confusi con altre strutture di flusso discontinue portando a risultati incorretti.

1.4.6 Metodi di rilevamento di onde d'urto

Tradizionalmente si tracciavano le onde d'urto sia tramite le curve di livello di pressione sia tramite le isosuperfici del numero di Mach. Tuttavia il primo resta un metodo poco efficace soprattutto in flussi tridimensionali; il secondo porta ad avere tante superfici diverse rallentando l'analisi generale.

Per ovviare a tali problemi, nel tempo si sono sviluppati metodi più raffinati che consentono così di velocizzare e semplificare il processo di analisi.

1.4.6.1 Metodo basato sul gradiente delle proprietà del flusso

Poiché l'onda d'urto può essere approssimata come un gradiente delle proprietà del flusso, Pagendarm e Seitz [10] proposero un metodo di rilevamento basato sul gradiente della densità, calcolato lungo la direzione della velocità:

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dn} = \nabla \rho \cdot \frac{\vec{V}}{|V|} \\ \frac{d^2\rho}{dn^2} = \nabla(\nabla \rho \cdot \frac{\vec{V}}{|V|}) \cdot \frac{\vec{V}}{|V|} \end{cases}$$
(1.25)

Ponendo la derivata seconda uguale a zero si ottengono delle isosuperfici corrispondenti ai valori di massimo e minimo del gradiente della densità. La derivata prima viene usata come filtro delle variabili: valori positivi corrispondono a onde d'urto, mentre negativi a onde di espansione. Tuttavia può succedere in alcune regioni lisce che, nonostante i sensori indichino la presenza di un'onda d'urto, ci sia un'onda di espansione; in tal caso bisogna modificare il filtro ponendolo maggiore di un valore ε positivo abbastanza piccolo da riuscire a rilevare

tutte le onde d'urto, anche le più piccole, e sufficientemente grande da rimuovere i risultati incorretti nelle regioni di flusso regolare.

A titolo esemplificativo sono stati riportati gli andamenti delle derivate prime e seconde della densità normalizzate lungo la direzione della velocità (Fig. 8.1 - Fig. 9.1). Come si può notare, nel primo caso il sensore non è in grado di catturare con accuratezza l'andamento della scia che risulta poco definita, mentre nel secondo caso, il sensore risulta essere più sensibile del precedente ma anche in questo caso il risultato non può essere considerato accettabile in quanto l'andamento subisce l'influenza di errori di calcolo.

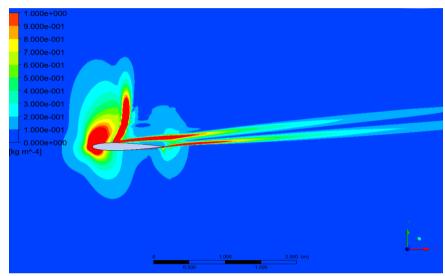


Figura 8.1: Andamento del gradiente della densità per Mach=0,8 e α=6°

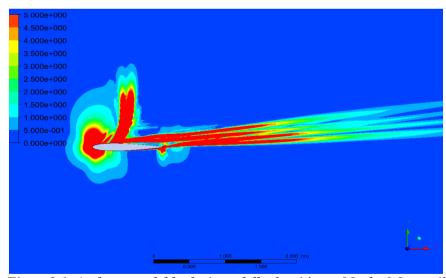


Figura 9.1: Andamento del laplaciano della densità per Mach=0,8 e α=6°

1.4.6.2 Metodo basato sul numero di Mach normalizzato (Man)

Lovely e Haimes [11] hanno proposto un metodo secondo cui le onde d'urto oblique possono essere considerate come fossero normali, le quali vengono sovrapposte ad un flusso uniforme. Le varie proprietà, prima e dopo un'onda obliqua, valutate nella direzione normale, soddisfano le condizioni di urto. La direzione normale dell'onda è perpendicolare al gradiente di pressione locale, perciò il numero Mach normalizzato si ottiene dalla distribuzione di pressione e le isosuperfici unitarie di tale numero rappresentano le superfici sulle quali sono presenti le onde d'urto.

Il numero Mach normalizzato Man si basa sulla seguente formulazione matematica:

$$Ma_n = \frac{\overrightarrow{Ma} \cdot \nabla p}{|\nabla p|} = \frac{\overrightarrow{V} \cdot \nabla p}{a|\nabla p|} = 1$$
 (1.26)

dove Ma è il vettore numero di mach valutato nella direzione del flusso della velocità locale V, a è la velocità locale del suono, p è la pressione.

Nelle applicazioni pratiche, il numero di Mach normalizzato si calcola attraverso la proiezione della velocità lungo la direzione del gradiente della pressione, per questo motivo, a causa di errori numerici durante le interpolazioni, possono essere considerati piccoli e indiretti gradienti di pressione nella regione di flusso uniforme, portando ad un valore del numero di Mach normalizzato casuale e di conseguenza al rilevamento di onde d'urto inesistenti.

Come per il metodo precedente bisogna applicare opportuni filtri per evitare che ciò accada:

$$\begin{cases}
\frac{|\nabla p \cdot n|}{|\nabla p|} \le c \\
|\nabla p| \ge |\nabla p|_n = \eta |\nabla p|_{max}
\end{cases}$$
(1.27)

in cui *n* rappresenta il versore normale alla superficie dell'onda d'urto rilevata.

Tuttavia, anche in questo caso, applicando i filtri insorgono alcuni problemi: nel caso in cui questi siano troppo piccoli si possono rilevare alcune onde d'urto inesistenti; se invece questi fossero troppo grandi si potrebbero tagliare fuori le onde più piccole, giungendo quindi a risultati non veritieri.

Nonostante le difficoltà di rilevamento opportuno dei valori dei filtri, la semplicità sia della sua formulazione matematica sia della sua comprensione lo rendono uno tra i metodi più convenienti da utilizzare.

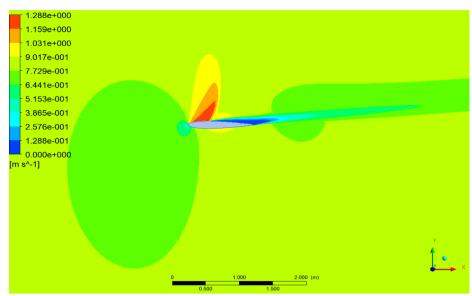


Figura 10.1: Andamento del Numero di Mach normalizzato lungo la direzione del gradiente di pressione per Mach=0,8 e α=6° per profilo NACA 0012

Nella Fig. 10.1 si nota che il sensore è particolarmente preciso nella rilevazione sia dell'onda d'urto che della scia. Avendo paragonato tale risultato con i precedenti si è deciso di affidarsi al metodo proposto da Lovely e Haimes per l'analisi del caso d'esame.

2. Modello di turbolenza e modello numerico

2.1 Modello di turbolenza SST k-ω

Il modello di riferimento per lo studio del problrema è quello denominato Shear Stress Transport $k-\omega$.

Per la sua descrizione è necessario partire dai modelli da cui deriva.

$2.2 k - \epsilon$

La definizione del metodo $k - \omega$ presenta alcune importanti ipotesi: flusso completamente turbolento e effetti viscosi trascurabili:

$$v_t = \rho C_v \frac{K^2}{\varepsilon} \tag{2.1}$$

dove:

- Cv è la costante di calibrazione
- k è l'energia cinetica turbolenta
- ε è il fattore di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta, per unità di massa.

L'equazione (2.1), costituisce la base di questo metodo; I principali limiti di questo metodo sono dati dall' impossibilità di "raggiungere la parete" e di dare risultati accettabili solo con numeri di Reynolds elevati.

$2.3 k - \omega$

Il modello $k - \omega$, dove ω rappresenta "dissipazione turbolenta specifica", è di base simile a quello k- ε . Questo modello, sostituendo l'equazione per ε con una per ω . Ci fornisce una indicazione della conversione dell'energia cinetica turbolenta in energia termica.

$$\omega = \frac{\varepsilon}{C_v k} \tag{2.2}$$

La viscosità turbolenta si scrive come:

$$v_t = \rho \frac{k}{\omega} \tag{2.3}$$

Questo metodo presenta il vantaggio di una più semplice integrazione in quanto non presenta particolari problematiche in prossimità della parete ed è in grado di lavorare con deboli gradienti di pressione. Questo modello presenta però una forte sensibilità ai valori caratteristici del flusso libero.

2.4 Conclusioni

Con lo scopo di sfruttare i pregi di entrambi i metodi, quindi riuscire a lavorare in modo ottimale sia vicino alla parete che lontano dal profilo, i due metodi sopra descritti sono stati uniti rielaborando il k- ϵ in termini di ω . Nasce così il modello da noi sfruttato SST k- ω

2.5 Modello numerico

L' equazioni oggetto di studio sono state risolte numericamente tramite una griglia di calcolo che permette di discretizzare il dominio di riferimento. Esistono due tipi di griglia di calcolo:

- Griglie strutturate
- Griglie non strutturate

Le prime presentano alcuni vantaggi, come la possibilità di individuare univocamente i volumi di calcolo tramite una terna di indici, con una maggiore facilità di programmazione. Un risvolto negativo riguarda la possibilità di applicarle solamente a geometrie semplici, come quella di un profilo simmetrico. Le griglie non strutturate vengono utilizzate per geometrie complesse e per metodi agli elementi finiti. Nei centri dei volumi di controllo, sono definite le proprietà del fluido: le variabili relative al bilancio di massa ed energetico sono assegnate in riferimento a questa posizione. Le variabili relative al bilancio di quantità di moto, invece, sono assegnate in punti sui bordi dei volumi di controllo, in una posizione che si dice "sfalsata".

3. PROFILO NACA0012

3.1 Validazione della Mesh

Al dominio di riferimento sono state applicate in sequenza tre tipologie di mesh differenziate le une dalle altre in base al numero di celle di calcolo (Fig. 1.3-2.3-3.3-4.3). Per ogni mesh è stato valutato il tempo di risoluzione ed il valore numerico dei coefficienti di resistenza (*drag*) e di portanza (*lift*) (Tab. 1.3).

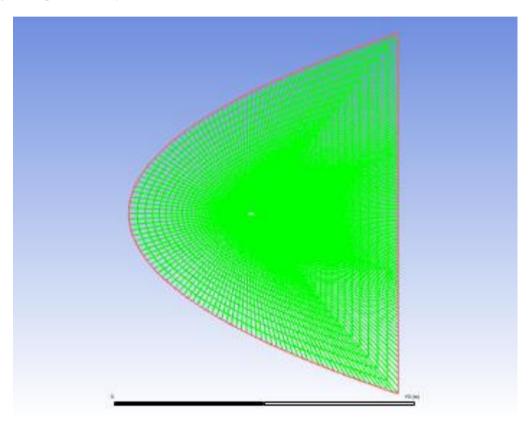


Figura 1.3: Griglia di calcolo da 36800 elementi

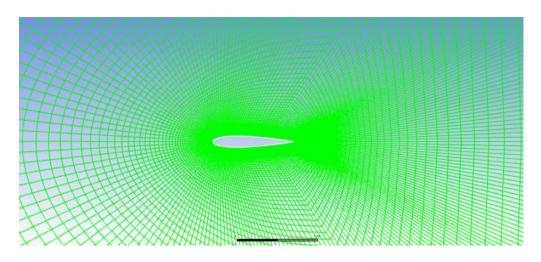


Figura 2.3: Dettaglio griglia di calcolo da 36800 elementi

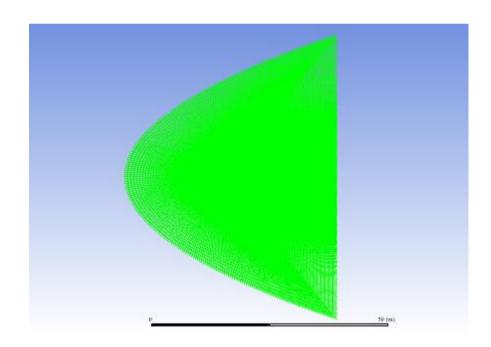


Figura 3.3: Griglia di calcolo da 588800 di elementi

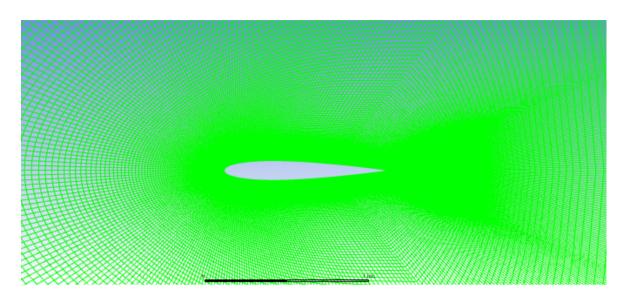


Figura 4.3: Dettaglio griglia di calcolo da 588800 elementi

Tabella 1.3: Validazione Mesh

	Numero Celle	C _d	Cı	C _{d sperimentale} .	C _{I sperimentale} .
Mesh 1	36800	0,008293	0,24856		
Mesh 2	147200	0,008085	0,23987	0,0079	0,241
Mesh 3	588800	0,008126	0,239723		

Come si evince dalla tabella le tre tipologie di mesh restituiscono valori affini ma con tempi di calcolo che vanno aumentando in modo significativo di griglia in griglia.

Si è inoltre valutato per ogni griglia il grado di scostamento percentuale dal dato sperimentale (Tab. 2.2), si è fatto riferimento a $p_{1,2}$ e $p_{1,3}$, i quali rappresentano i gradi di convergenza, calcolati come rapporto tra la differenza del valore di C_d ottenuto con la mesh più grossolana e le altre due rispettivamente e la media tra i due valori considerati. Si è quindi imposto un errore di calcolo inferiore al 5% come accettabile. Per questo motivo si è deciso di accettare i risultati provenienti dalla griglia più grossolana.

Tabella 2.3: Scostamento percentuale

	p _{1,2}	p _{1,3}
	2,540054709	2,037969826
	Scostamento %	
Mesh 1	4,972151899	
Mesh 2	2,339240506	
Mesh 3	2,85443038	

3.2 Mach Critico

Come riportato precedentemente, uno tra i più importanti parametri da tenere in considerazione per lo sviluppo di un'analisi aerodinamica su qualsiasi tipo di profilo alare è il Mach Critico (Ma_{Cr}). Si è quindi voluto ricercare tale parametro per il profilo preso in esame. Con l'ausilio del metodo Mid Field, si sono ricavati i valori di resistenza (drag) e di portanza (lift) in funzione dell'angolo di attacco α e della velocità del flusso indisturbato, espressa mediante il numero di Mach.

Come si può vedere dai grafici (Fig. 5.3 - Fig. 6.3 - Fig. 7.3 - Fig. 8.3 - Fig. 9.3 - Fig. 10.3) il coefficiente di portanza ha un andamento circa costante fino al raggiungimento di un punto oltre il quale subisce dei cambiamenti complessi con conseguente passaggio a velocità transonica.

Nella zona di grafico che precede il punto di massimo, il flusso sulla superficie superiore è supersonico e decelera senza che compaia l'onda d'urto (Fig. 1.3-a).

Al raggiungimento di tale punto il flusso risulta essere supersonico per circa il 70% della superficie superiore del profilo (Fig. 11.3-b). La velocità del flusso, oltre tale superficie, subisce poi un brusco calo a causa della comparsa dell'onda d'urto che porta la velocità in condizioni subsoniche (Fig. 11.3-b). Stesso discorso non vale per la superficie inferiore lungo la quale il moto resta subsonico.

Superato il punto di massimo il valore del coefficiente di portanza cala bruscamente. Il flusso sulla superficie inferiore è supersonico e decelera a causa di un'onda d'urto che ha origine sul bordo finale del profilo (Fig. 11.3-c). La pressione sulla superficie inferiore è minore rispetto a quella riscontrata nel punto di massimo; questo comporta il calo repentino del coefficiente di portanza. La presenza dell'onda d'urto sul bordo finale del profilo isola completamente le superfici inferiore e superiore.

Man mano che ci si avvicina a valori sempre più prossimi al Mach unitario, entrambe le onde d'urto raggiungono il bordo finale del profilo (Fig. 11.3-d).

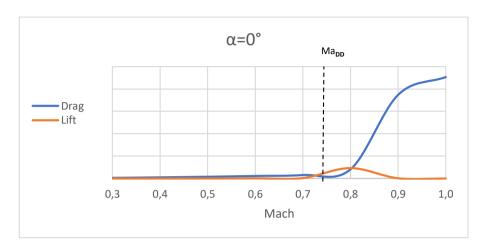


Figura 5.3: Resistenza e portanza in funzione di Mach, per α =0 $^{\circ}$

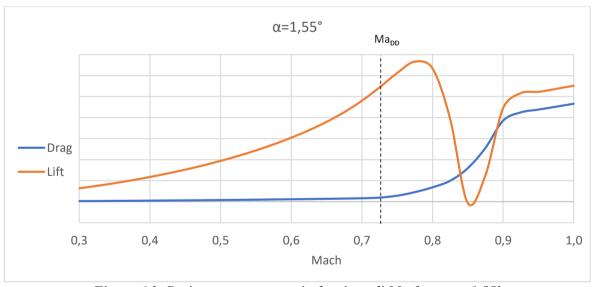


Figura 6.3: Resistenza e portanza in funzione di Mach, per α=1,55°

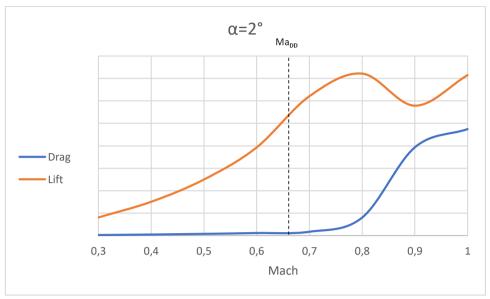


Figura 7.3: Resistenza e portanza in funzione di Mach, per α =2°

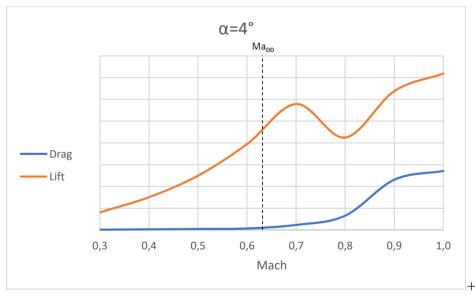


Figura 8.3: Resistenza e portanza in funzione di Mach, per α =4°

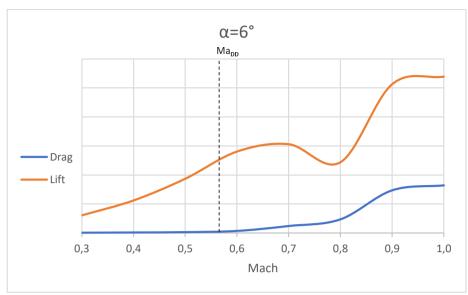


Figura 9.3: Resistenza e portanza in funzione di Mach, per $\alpha=6^{\circ}$

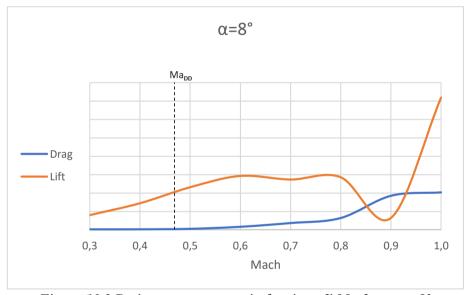


Figura 10.3 Resistenza e portanza in funzione di Mach, per α =8°

Tabella 3.3: Drag e Lift

Mach	Drag	Lift
0,3	0,0015208	0,000010912
0,4	0,002604	0,000040177
0,5	0,004009	0,00011312
0,6	0,005726	0,00035525
0,7	0,0078582	0,0010102
0,8	0,020505	0,023207
0,9	0,18662	0,00050455
1	0,22628	0,000033895

α=0°

Tabella 4.3: Drag e Lift

Mach	Drag	Lift
0,3	0,0015491	0,031687
0,4	0,0026619	0,058629
0,5	0,0041169	0,096921
0,6	0,0059215	0,15205
0,7	0,0082925	0,23992
0,8	0,034276	0,31739
0,9	0,19266	0,2224
1	0,23296	0,27588

α=1,55°

Tabella 5.3: Drag e Lift

Mach	Drag	Lift
0,3	0,001568	0,040905
0,4	0,0027	0,075667
0,5	0,004188	0,12514
0,6	0,006051	0,19641
0,7	0,008872	0,31014
0,8	0,040355	0,36046
0,9	0,19677	0,2892
1	0,23733	0,35706

α=2°

Tabella 6.3: Drag e Lift

Mach	Drag	Lift
0,3	0,001715	0,081782
0,4	0,003003	0,15126
0,5	0,004751	0,25023
0,6	0,007105	0,39533
0,7	0,023402	0,57905
0,8	0,065847	0,42492
0,9	0,23089	0,63825
1	0,27127	0,71894

α=4°

Tabella 7.3: Drag e Lift

Mach	Drag	Lift
0,3	0,0019897	0,12181
0,4	0,003553	0,22483
0,5	0,005762	0,37453
0,6	0,01418	0,56172
0,7	0,048034	0,61232
0,8	0,093947	0,4878
0,9	0,29364	1,0261
1	0,32784000	1,078300

α=6°

Tabella 8.3: Drag e Lift

Mach	Drag	Lift
IVIACII	Diag	LIIT
0,3	0,004179	0,15879
0,4	0,004488	0,28776
0,5	0,00992	0,46216
0,6	0,032191	0,58525
0,7	0,072957	0,54605
0,8	0,12773	0,57113
0,9	0,36985	0,12716
1	0,40737	1,4378

α=8°

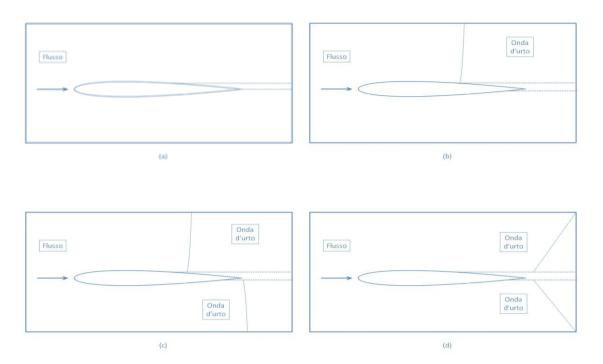


Figura 11.3: Andamento onda d'urto in funzione del numero di Mach

In Fig. 12.3 è stato riportato l'andamento del C_d e del numero di Mach in funzione del parametro α . Come si può notare anche dalla Tab. 9.3 il valore di Mach Critico diminuisce all'aumentare dell'angolo d'attacco α . Ciò determina la comparsa dell'onda d'urto per velocità sempre minori man mano che l'inclinazione del profilo aumenta.

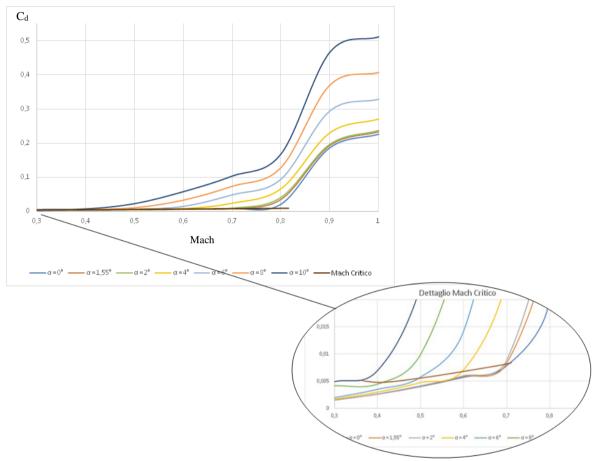


Figura 12.3: dettaglio dell'andamento del Mach Critico

Tabella 9.3: Mach Critico

α	Ma _{cr}
0°	0,7425
1,55°	0,695
2°	0,677
4°	0,58
6°	0,487
8°	0,412
10°	0,3695

3.3 Drag Divergence Mach Number

Al fine di valutare numericamente il valore del Drag Divergence, si sono effettuate numerose simulazioni nelle quali sono stati fatti variare alcuni parametri di controllo. Nello specifico si è imposto un angolo d'attacco α e si è modificato il valore del numero di Mach nella zona indisturbata del flusso, fino alla comparsa di una regione di velocità supersonica adiacente al profilo. Tale procedimento è stato ripetuto per tutti i valori di α desiderati.

Per costruire il grafico (Fig. 13.3) è necessario far variare il numero di Mach e, dopo ogni simulazione, riportare il valore del coefficiente di resistenza C_d. Ottenute così le curve desiderate si è applicato il criterio della pendenza, sopra citato, per poter valutare il valore numerico di Ma_{DD}, il quale è stato riportato in tabella per ciascun valore dell'angolo di attacco (Tab. 10.2).

Per chiarezza visiva sono stati riportati i dettagli dell'intersezione di ciascuna curva con la retta avente pendenza 0,1 (Fig. 14.3 - Fig. 15.3 - Fig. 16.3 -. Fig. 17.3 - Fig. 18.3 - Fig. 19.3 - Fig. 20.3).

Come si può vedere dalla figura (Fig. 13.3) l'andamento delle curve rappresentative di C_d risulta essere influenzato dall'angolo d'attacco scelto. L'analisi riportata precedentemente per la descrizione dell'andamento del coefficiente di portanza C_1 è valido anche per il coefficiente di resistenza C_d : si è registrato infatti un andamento inizialmente costante, in cui figurano solo effetti viscosi, fino al raggiungimento del Ma_{DD} oltre il quale si ha un innalzamento del coefficiente di resistenza a causa della comparsa dell'onda d'urto.

Il Ma_{DD} dunque identifica, con un'approssimazione sufficientemente valida, una prima zona supersonica; i valori dei Ma_{DD} sono dissimili rispetto a quelli del Ma_{Cr}, in particolare i primi risultano essere leggermente inferiori essendo derivati da un'analisi maggiormente conservativa.

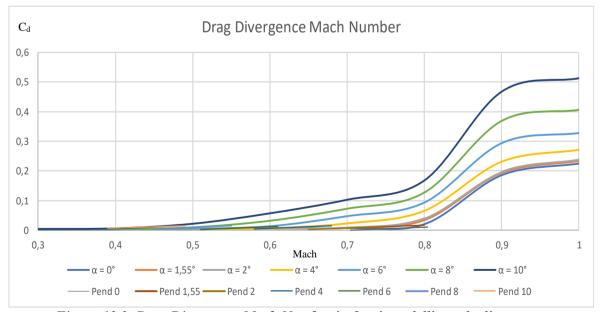


Figura 13.3: Drag Divergence Mach Number in funzione dell'angolo d'attacco a

Tabella 10.3: Valori Ma_{DD} per profilo NACA 0012

α	Ma _{DD}
0°	0,765
1,55°	0,740
2°	0,685
4°	0,615
6°	0,568
8°	0,485
10°	0,415

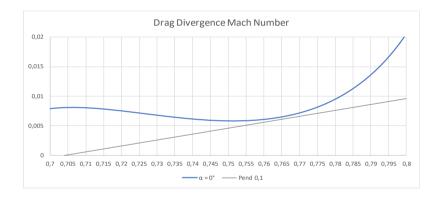


Figura 14.3: Dettaglio Ma_{DD} per $\alpha=0^{\circ}$

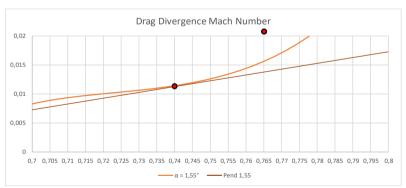


Figura 15.3: Dettaglio Ma_{DD} per α=1,55°

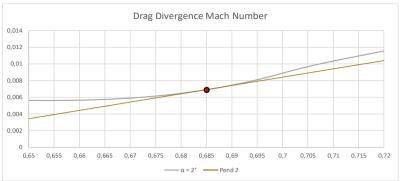


Figura 16.3: Dettaglio Ma_{DD} per $\alpha=2^{\bullet}$

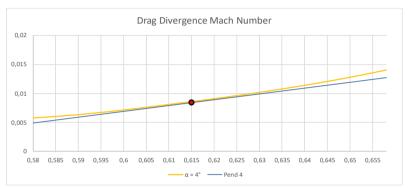


Figura 17.3: Dettaglio Ma_{DD} per $\alpha=4^{\bullet}$

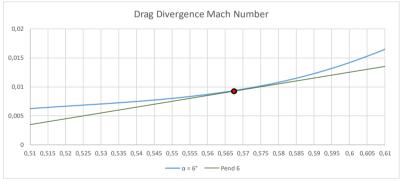


Figura 18.3: Dettaglio Ma_{DD} per $\alpha=6^{\circ}$

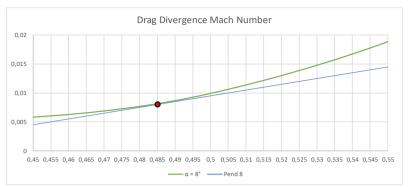


Figura 19.3: Dettaglio Ma_{DD} per α=8°

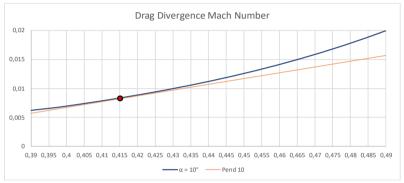


Figura 20.3: Dettaglio Ma_{DD} per α=10°

3.4 Scomposizione forza di resistenza (NACA 0012)

Dalle simulazioni effettuate precedentemente si è ricavato il valore del coefficiente di resistenza. Si è voluto quindi discretizzare tale valore nelle sue componenti relative all'onda d'urto, agli effetti viscosi ed a quelli spuri. A tale scopo sono state compiute una serie di simulazioni caratterizzate da diversi parametri di controllo, ovvero numero di Mach e angolo d'attacco, α. Questo procedimento è stato realizzato sfruttando gli approcci Near Field e Mid Field sopra citati. Nel primo caso la resistenza totale viene scomposta in due componenti: *viscous*, relativa ad effetti viscosi di scia; *pressure*, relativa a quelli di onda d'urto. Nel secondo, come avveniva per l'altro caso, vengono calcolate le componenti di scia e di onda d'urto, tenendo però anche conto della componente relativa ad effetti spuri causati da errori di approssimazione del calcolatore, da condizioni al contorno imprecise e da una scarsa ottimizzazione della mesh su tutto il volume di controllo.

Nella regione finale del volume di controllo compare un andamento non rappresentativo del reale comportamento della scia, come si può notare dalle figure (Fig. 22.3 – Fig. 23.3).

Nella tabella (Tab. 13.3), alcune componenti sono state evidenziate in rosso. Le ragioni di tale scelta sono dovute al fatto che il contributo viscoso risulta essere negativo; ovviamente questi valori non possono essere presi in considerazione in quanto i sensori registrano come spuri dati che appartengono al campo viscoso. Si sono quindi dovuti applicare opportuni filtri riuscendo ad isolare la regione del volume di controllo in due zone: nella prima la mesh riesce a rappresentare concretamente ciò che succede nella realtà; nella seconda i contributi spuri sono eccessivamente predominanti. Quest'ultima zona è stata quindi rimossa (Fig. 24.3).

			NEA	R-	FIELD		
	Pressure	Viscous	Total		%Pressure	%Viscous	Sum
0°		,					
Ma=0,5	20,402312	79,971208	100,37352		20,3263889	79,6736	100
Ma=0,6	32,493077	110,87146	143,36454		22,664654	77,3353	99,9999979
Ma=0,7	52,406968	144,34014	196,74711		26,6367155	73,3633	99,999999
Ma=0,8	341,76566	170,58127	512,34694		66,7059044	33,2941	99,999998
Ma=0,9	4425,444	247,58647	4673,0305		94,7018	5,2982	99,9999994
2°							
Ma=0,5	25,314504	79,504482	104,81899		24,1506849	75,8493	99,9999962
Ma=0,6	41,527771	109,90942	151,43719		27,422439	72,5776	100,000001
Ma=0,7	80,596178	141,47478	222,07096		36,292984	63,707	99,9999991
Ma=0,8	855,84806	161,34212	1017,1902		84,1384492	15,8615	99,999998
Ma=0,9	4682,769	246,92333	4929,6924		94,9910992	5,0089	99,9999986
4°							
Ma=0,5	40,956511	77,871279	118,82779		34,467115	65,5329	100
Ma=0,6	71,417189	106,38748	177,80467		40,1660929	59,8339	99,9999994
Ma=0,7	460,77147	125,81861	586,59009		78,5508446	21,4492	99,9999983
Ma=0,8	1514,8026	142,88219	1657,6848		91,3806171	8,61938	99,9999994
Ma=0,9	5558,9754	246,43294	5805,4084		95,7551135	4,24489	99,999999
6°		T					
Ma=0,5	69,554802	74,550076	144,10488		48,2667915	51,7332	99,9999986
Ma=0,6	262,52899	92,924974	355,45397		73,8573802	26,1426	99,9999983
Ma=0,7	1104,4504	98,634381	1203,0848		91,8015422	8,19846	99,9999984
Ma=0,8	2240,8743	130,09938	2370,9737		94,5128282	5,48717	99,9999992
Ma=0,9	7112,3132	244,96434	7357,2775		96,6704491	3,32955	100,000001

Tabella 12.3: Scomposizione coefficiente di resistenza con relativi valori percentuali per profilo NACA 0012

						ı	MID-FIELD				
	Viscous	Shock	Spurious	Total	Spur. + Vis.		%Viscous	%Shock	%Spurious	%Spur.+Vis.	Sum
0°		ı				-					
Ma=0,5	55,0991	0	45,824	100,91	100,9231	L	54,601679	0	45,410312	100,01199	100,01199
Ma=0,6	75,3173	0	64,3839	139,7	139,7012		53,913601	0	46,087258	100,00086	100,00086
Ma=0,7	104,75	0	81,0658	185,79	185,8158		56,38086	0	43,633027	100,01389	100,01389
Ma=0,8	54,1255	191,944	287,929	507,27	342,0545		10,669938	37,838552	56,76039	67,430328	105,26888
Ma=0,9	-999,413	3957,38	1837,89	4772,1	838,477		-20,942966	82,927954	38,513475	17,570509	100,49846
2°											
Ma=0,5	49,7739	0	44,4955	94,074	94,2694		52,909474	0	47,298554	100,20803	100,20803
Ma=0,6	80,8209	0	48,2083	128,66	129,0292		62,817914	0	37,469823	100,28774	100,28774
Ma=0,7	97,493	6,15003	93,9523	194,49	191,4453		50,127513	3,1621317	48,307008	98,434521	101,59665
Ma=0,8	-48,7711	539,294	565,076	982,73	516,3049		-4,9628179	54,877128	57,500636	52,537818	107,41495
Ma=0,9	-1020,28	4294,01	1814,36	5089,9	794,08		-20,045266	84,363679	35,64642	15,601154	99,964832
4°											
Ma=0,5	58,9934	0	39,3398	97,988	98,3332		60,204903	0	40,147692	100,3526	100,3526
Ma=0,6	92,5092	0	46,3448	137,74	138,854		67,16219	0	33,646581	100,80877	100,80877
Ma=0,7	18,0884	245,976	295,859	525,79	313,9474		3,4402328	46,782175	56,269423	59,709656	106,49183
Ma=0,8	244,254	649,524	797,073	1589,7	1041,327		15,364979	40,858789	50,140469	65,505448	106,36424
Ma=0,9	-1159,49	4982,29	2198,72	6028,1	1039,23		-19,234878	82,651633	36,474753	17,239875	99,891507
6°											
Ma=0,5	73,6102	0	34,3949	107,58	108,0051		68,424321	0	31,97176	100,39608	100,39608
Ma=0,6	80,8998	102,26	106,761	274,05	187,6608		29,520303	37,314631	38,957044	68,477347	105,79198
Ma=0,7	295,057	288,3	509,079	1041,3	804,136		28,335718	27,686812	48,889262	77,224981	104,91179
Ma=0,8	711,936	697,777	984,771	2308,3	1696,707		30,842839	30,229436	42,66273	73,505569	103,73501
Ma=0,9	-1619,92	6523,45	2746,92	7687,4	1127		-21,072404	84,85899	35,732757	14,660353	99,519343

Tabella 13.3: Scomposizione coefficiente di resistenza con relativi valori percentuali per profilo

NACA 0012

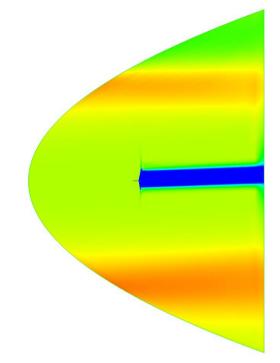


Figura 22.3: Valutazione di Δu con Mach = 0,9 e α = 2 $^{\bullet}$

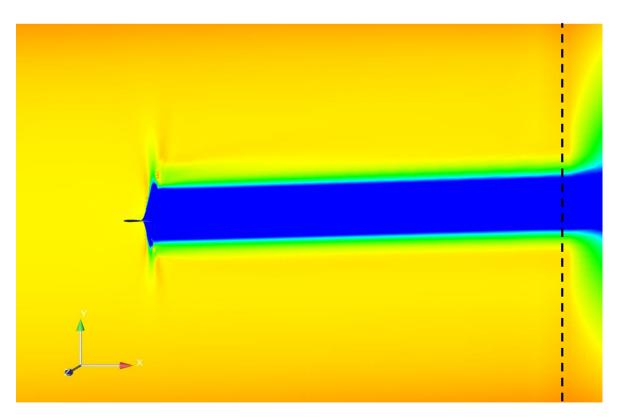


Figura 23.3: Ingrandimento della simulazione con Mach = 0,9 e α = 2 $^{\bullet}$

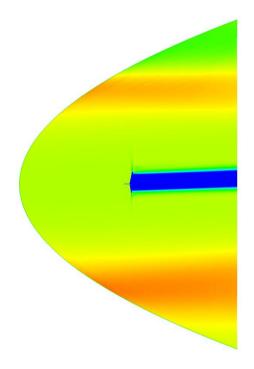


Figura 24.3: Risultato finale dopo aver applicato il filtro al caso Mach = 0,9 e α = 2°

Sono stati infine tabulati (Tab.14.3) i valori delle componenti precedentemente elencate dopo l'applicazione dei filtri.

Nei seguenti grafici (Fig. 17.3 – Fig. 18.3 – Fig. 19.3 – Fig. 20.3 – Fig. 21.3) sono state riportate le curve rappresentative dell'andamento del coefficiente di resistenza. Nello specifico sono state messe in relazione in un unico grafico la componente totale e la sua relativa discretizzazione; come si può notare il valore della resistenza d'onda rimane prossimo allo zero per basso numero di Mach, per poi iniziare a crescere in modo significativo per Mach 0,7 (Fig. 19.3).

Va evidenziato che superata una zona transitoria di crescita della resistenza d'onda, questa si stabilizza anche se si continua ad aumentare l'angolo di attacco. La componente spuria rimane per tutti i casi esaminati prossima allo zero poiché sono stati applicati i filtri, migliorando l'accuratezza della lettura dei dati. dall'andamento delle curve rappresentative delle componenti totali, risulta evidente che prima del verificarsi dell'onda d'urto le due curve risultano sovrapposte, quindi i due approcci restituiscono valori simili; con l'insorgere dell'onda d'urto le curve tendono ad allontanarsi, i due approcci restituiscono valori dissimili, questo perché con l'approccio mid-field non si è tenuto conto dell'interazione tra onda d'urto e strato limite del profilo. Ciononostante è stato verificato che lo scarto percentuale tra i due casi è sufficientemente contenuto da rendere i risultati accettabili (Tab. 11.3).

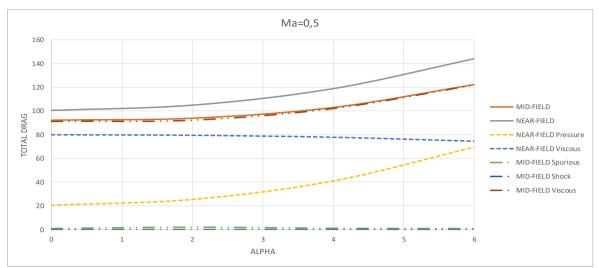


Figura 17.3: Scomposizione coefficiente drag

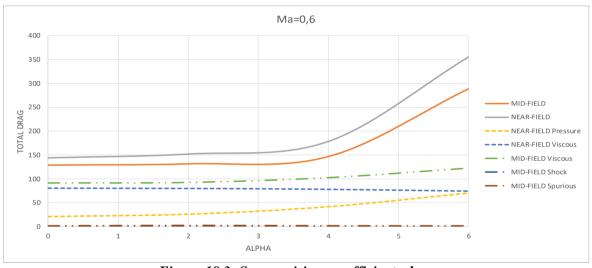


Figura 18.3: Scomposizione coefficiente drag

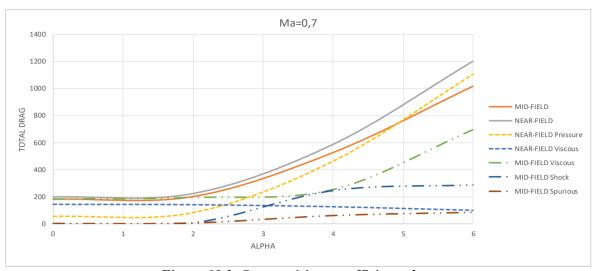


Figura 19.3: Scomposizione coefficiente drag

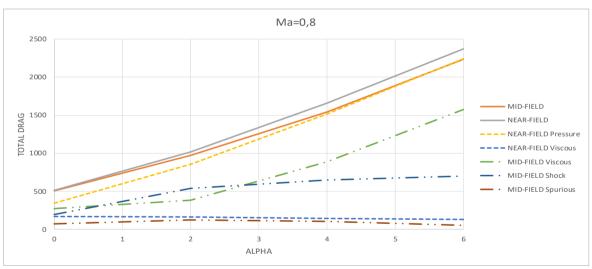


Figura 20.3: Scomposizione coefficiente drag

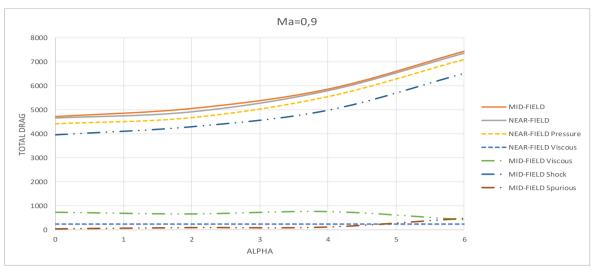


Figura 21.3: Scomposizione coefficiente drag

Tabella 11.3: Scarto percentuale tra valutazione Near Field e Mid Field per profilo NACA 0012

	Near Field	Mid Field	Scarto %		Near Field	Mid Field	Scarto %
0°				4°			
Ma=0,5	100,3735	92,4913	9%	Ma=0,5	118,8278	103,174	15%
Ma=0,6	143,3645	128,295	12%	Ma=0,6	177,8047	146,122	22%
Ma=0,7	196,7471	182,622	8%	Ma=0,7	586,5901	527,436	11%
Ma=0,8	512,3469	505,529	1%	Ma=0,8	1657,685	1541,09	8%
Ma=0,9	4673,031	4714,77	1%	Ma=0,9	5805,408	5860,29	1%
2°				6°			
Ma=0,5	104,819	94,1123	11%	Ma=0,5	144,1049	122,496	18%
Ma=0,6	151,4372	130,925	16%	Ma=0,6	355,454	288,762	23%
Ma=0,7	222,071	201,58	10%	Ma=0,7	1203,085	1019,14	18%
Ma=0,8	1017,19	969,045	5%	Ma=0,8	2370,974	2238,73	6%
Ma=0,9	4929,692	5053,37	2%	Ma=0,9	7357,278	7443,15	1%

Tabella 14.3: Scomposizione coefficiente di resistenza e applicazione del relativo filtro

			MID-FIELD)	
	Viscous	Shock	Spurious	Total	Spur. + Vis.
0°			,		
Ma=0,5	91,4562	0	0,996105	92,4913	92,452305
Ma=0,6	132,185	0	-3,89101	128,295	128,29399
Ma=0,7	181,662	0	0,856286	182,622	182,518286
Ma=0,8	269,252	191,944	70,8256	505,529	340,0776
Ma=0,9	739,633	3957,38	43,6203	4714,77	783,2533
2°	İ	İ	ı		1
Ma=0,5	92,5006	0	1,90584	94,1123	94,40644
Ma=0,6	136,926	0	-5,60767	130,925	131,31833
Ma=0,7	193,458	6,15003	5,49401	201,58	198,95201
Ma=0,8	383,011	539,294	121,278	969,045	504,289
Ma=0,9	670,777	4294,01	94,7157	5053,37	765,4927
4°					
Ma=0,5	102,229	0	1,15356	103,174	103,38256
Ma=0,6	150,349	0	-3,69137	146,122	146,65763
Ma=0,7	252,846	245,976	61,7967	527,436	314,6427
Ma=0,8	888,525	649,524	103,077	1541,09	991,602
Ma=0,9	766,453	4982,29	119,483	5860,29	885,936
6°					
Ma=0,5	121,767	0	0,931439	122,496	122,698439
Ma=0,6	199,757	102,26	3,49507	288,762	203,25207
Ma=0,7	695,26	288,3	86,2262	1019,14	781,4862
Ma=0,8	1572,78	697,777	52,6697	2238,73	1625,4497
Ma=0,9	429,014	6523,45	474,525	7443,15	903,539

3.5 Efficienza Aerodinamica

Al fine di valutare l'efficienza aerodinamica è stato registrato il rapporto tra la portanza e la resistenza al variare dell'angolo d'attacco per diversi numeri di Mach.

Tali risultati sono stati riportati nel grafico (Fig. 25.3), nel quale si può notare che l'andamento delle curve abbia un massimo; tale punto rappresenta la migliore condizione di lavoro, ovvero massima portanza relativa alla minima resistenza aerodinamica.

Fondamentale è anche la relazione tra angolo di attacco e velocità, infatti man mano che questa aumenta il valore di massima efficienza si sposta verso valori sempre più prossimi a 0°. L'efficienza del velivolo cresce al decrescere del numero di Mach.

Tutti i corrispondenti valori numerici sono stati riportati in Tab. 15.3.

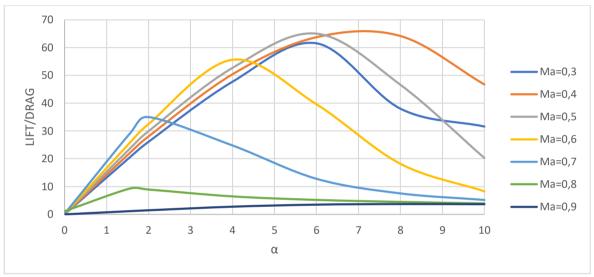


Figura 25.3: Andamento rapporto portanza-resistenza in funzione del parametro a per NACA 0012

α	Ma=0,3	Ma=0,4	Ma=0,5	Ma=0,6	Ma=0,7	Ma=0,8	Ma=0,9
0	0,007175	0,015429	0,028217	0,062042	0,128554	1,131773	0,002704
1,55	20,4551	22,02525	23,54223	25,67762	28,93217	9,259832	1,154365
2	26,08737	28,02481	29,88061	32,4591	34,95717	8,932226	1,469736
4	47,6863	50,36963	52,66891	55,6411	24,74361	6,453141	2,764303
6	61,49846	63,69122	65,0000	39,61354	12,74764	5,192289	3,494415
8	37,99713	64,11622	46,58824	18,18055	7,484546	4,471385	3,70853
10	31,58611	46,7142	20,23336	8,270373	5,133617	3,921422	3,640937

Tabella 15.3: rapporto portanza-resistenza per NACA 0012

4. Profilo RAE 2822

Il RAE (Royal Aeronautical Establishment) 2822 (Fig. 1.4) è utilizzato in applicazioni di tipo transonico essendo un profilo supercritico.

I profili supercritici sono stati ideati per permettere di operare a velocità maggiori rispetto ai modelli tradizionali, in quanto questi ritardano la comparsa di regimi supersonici riducendo l'intensità delle onde d'urto. Questo comportamento assicura un miglioramento delle prestazioni complessive. Si è perciò utilizzato tale profilo per un'ulteriore validazione del modello CFD per lo studio di regimi transonici.

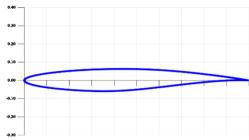


Figura 1.4: profilo alare RAE 2822

Il caso di studio prevede un angolo di attacco pari a 2,79°.

Si sono determinati i valori di Mach Critico e Drag Divergence Mach Number per tale profilo al fine di metterli in relazione con i risultati ottenuti con il NACA 0012.

4.6.1 Mach Critico (Ma_{Cr})

Si è valutato attraverso il metodo Near Field l'andamento del numero di Mach in funzione della velocità del flusso indisturbato (Fig. 2.4). Si è in tal modo riscontrato il valore limite per la comparsa del regime sonico. Questo valore, come precedentemente affermato, coincide con il Mach Critico Ma_{Cr} che, nel caso in esame, risulta essere pari a 0,572 e quindi superiore al corrispondente valore del NACA 0012. Questa differenza tra i due risultati evidenzia un miglioramento prestazionale del secondo profilo esaminato rispetto al primo.

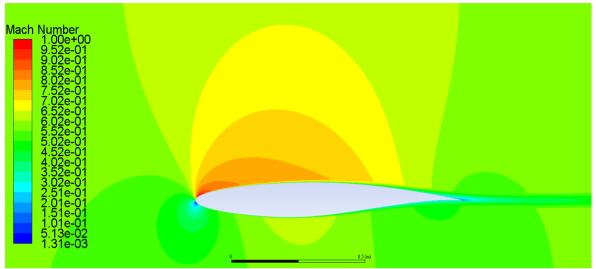


Figura 2.4: Andamento del numero di Mach attorno al profilo

3.6.2 Drag Divergence Mach Number (Madd)

In maniera analoga a quanto eseguito sul profilo alare NACA 0012, sono state valutate le prestazioni del nuovo caso. Si sono quindi valutati, applicando il metodo Near Field, i coefficienti di resistenza al variare del numero di Mach (Fig. 3.4). In figura (Fig.4.4) è stato riportato il dettaglio del punto di intersezione.

Come si può evincere dalle figure il valore corrispondente all'intersezione tra la retta tangente con pendenza 0,1 e la curva è pari a 0,525.

Questo valore risulta essere più elevato rispetto al suo analogo (NACA 0012), tuttavia l'intensità dell'onda d'urto risulta essere minore grazie alla particolare geometria dei profili supercritici.

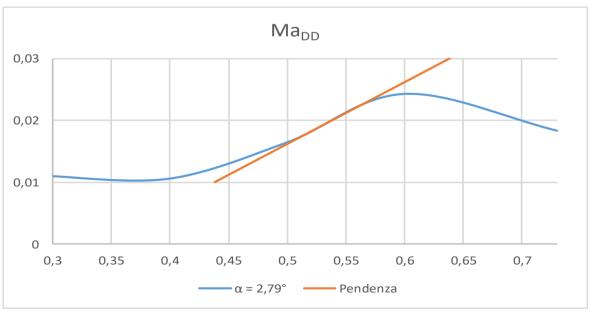


Figura 3.4: Drag Divergence Mach Number

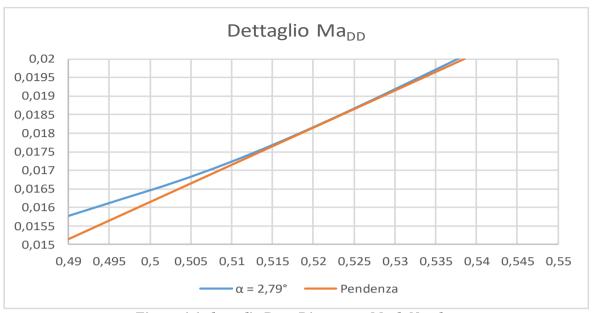


Figura 4.4: dettaglio Drag Divergence Mach Number

4.6.3 Rilevamento e Scomposizione Onda d'Urto (RAE 2822)

Così come per il profilo NACA 0012, anche per quello RAE 2822 sono state sfruttate le teorie Near Field e Mid Field per scomporre la resistenza aerodinamica nelle sue componenti. Di seguito sono state riportate le tabelle (Tab. 1.4 – Tab. 2.4) contenenti i risultati ottenuti.

Dai dati riportati si nota che l'onda d'urto ha intensità minore rispetto al profilo precedentemente analizzato, a parità di condizioni; tale valore era atteso in quanto il profilo in esame è di tipo supercritico, ovvero studiato per ridurre l'intensità dell'onda d'urto.

Tabella 1.4: Scomposizione coefficiente di resistenza con relativi valori percentuali per profilo RAE 2822

			NEAR	-FI	ELD		
	Pressure	Viscous	Total		%Pressure	%Viscous	%Total
2,79°							
Ma=0,3	8,864962	21,569995	30,254956		29,300858	71,294088	100,594946
Ma=0,4	16,006586	35,993446	52,000032		30,781877	69,218123	100,000000
Ma=0,5	27,317104	53,303260	80,620364		33,883628	66,116372	100,000000
Ma=0,6	45,834673	72,917142	118,751820		38,597028	61,402968	99,999996
Ma=0,73	200,535490	98,505984	299,041470		67,059425	32,940576	100,000001
Ma=0,572	41,562737	67,260858	108,823590		38,192764	61,807241	100,000005

Tabella 2.4: Scomposizione coefficiente di resistenza con relativi valori percentuali per profilo RAE 2822

	MID-FIELD							
	Viscous	Shock	Spurious	Total		%Viscous	%Shock	%Spurious
2,79°								
Ma=0,3	29,574	0,0000	0,2276	29,8016		99,2363	0,0000	0,7637
Ma=0,4	49,3613	0,0000	0,4435	49,3613		100,0000	0,0000	0,8984
Ma=0,5	78,5167	0,0000	0,5313	79,0455		99,3310	0,0000	0,6722
Ma=0,6	109,3620	0,0000	0,8933	110,4260		99,0365	0,0000	0,8089
Ma=0,73	233,6760	51,8022	10,5342	284,3120		82,1900	18,2202	3,7052

5. Analisi tridimensionale

5.1 Onera M6

Con soli fini qualitativi, si sono valutati alcuni casi di analisi tridimensionale. Nello specifico si è voluto scomporre, come per il caso bidimensionale, si è voluto identificare il contributo dell'onda d'urto e scomporre la resistenza aerodinamica nelle sue componenti principali: spuria, viscosa e di onda d'urto. Ci siamo avvalsi dello studio Per una analisi più completa sono stati confrontati il metodo Near Field e Mid Field. È stato preso in considerazione un profilo alare Onera M6 (Fig. 1.5 – 2.5) avendo impostato angolo *sweep* pari a 60°e un angolo d'attacco pari a 2°. A tale profilo è stato applicato un winglet e sono stati impostati due angoli di campanatura (*cant*), uno a 15° e l'altro a 45°. Il *cant* è l'angolo che viene a formarsi tra l'inclinazione del *winglet* e la direzione dell'orizzontale; lo *sweep* invece è compreso tra la normale alla fusoliera del velivolo ed il profilo alare (Fig. 3.5).



Figura 1.4: profilo onera M6

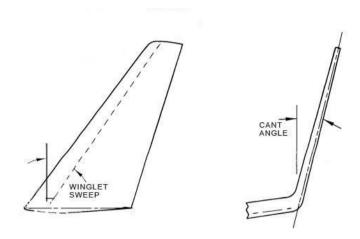


Figura 3.4: specifiche angoli sweep e cant

5.2 Scomposizione Onda d'Urto

Come precedentemente accennato, sono state effettuate delle simulazioni sfruttando i due metodi già utilizzati per il caso bidimensionale, Near Field e Mid Field. Di seguito sono state riportate le tabelle (Tab. 1.5 – Tab. 2.5). Come si evince i valori relativi ai due casi sono leggermente discordanti, ciò è causato, come per il caso bidimensionale, da errori di calcolo del simulatore, da una scarsa raffinatezza della mesh o da errori dovuti all'approssimazione durante le simulazioni stesse. Se nel caso 2D si è ovviato a questa problematica eliminando la porzione di superficie di controllo grazie ad opportuni filtri, qui non verrà approfondita nello stesso modo, tenendo conto che lo scarto rilevato è sufficientemente contenuto da poter essere considerato accettabile. In ogni caso, a fronte delle simulazioni eseguite si può affermare che le due inclinazioni del winglet sono circa equivalenti a livello prestazionale. Per la cattura e la quantificazione della sola componente dell'onda d'urto ci siamo serviti dello studio pubblicato portato avanti in ambito di ricerca universitaria da , Joel Guerrero, Marco Sanguineti, Kevin Wittkowski [12]

Tabella 1.5: Scomposizione resistenza aerodinamica con metodo Near Field

NEAR FIELD							
	Pressure	Friction	Total				
	α=2°						
cant = 15°	380,57	184,98	565,55				
cant = 45°	398,28	185,13	583,42				

Tabella 2.5: Scomposizione resistenza aerodinamica con metodo Mid Field

MID FIELD					
	Shock	Viscous P.	Total		
α=2°					
cant = 15°	19,37	528,92	548,29		
cant = 45°	19,24	530,72	549,96		

Tabella 3.5: Confronto resistenza aerodinamica totale

	NEAR FIELD	MID FIELD
	Total	Total
cant = 15°	565,55	548,29
cant = 45°	583,42	549,96

È stato riportato per tutti casi l'andamento della pressione assoluta sul profilo alare (Fig. 4.5– Fig. 5.5 – Fig. 6.5 – Fig. 7.5).

L'andamento della pressione assoluta denota come il tipo di ala con winglet riesca ad attenuare l'effetto dell'onda d'urto, ritardandone la comparsa. Ciò è dovuto alla simmetria dell'ala ed al particolare angolo *sweep* utilizzato che non contrasta il naturale scorrimento del fluido. Si può vedere dalle figure sopra citate che solo una piccola porzione di ala, nello specifico quella frontale, è sede di un picco di pressione.

Per quanto riguarda l'onda d'urto, essa risulta essere abbastanza contenuta, nonostante il numero di Mach di riferimento sia superiore a 0,8; questo ad ulteriore conferma della buona capacità del profilo alare di non generare zone aventi grandi differenze di pressione.

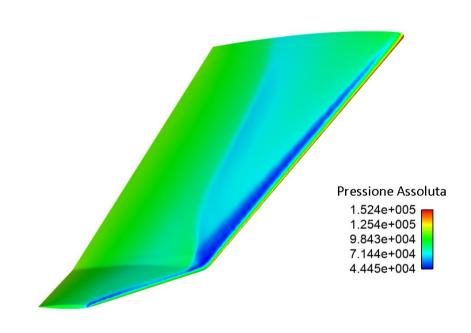


Figura 4.5: Andamento pressione assoluta per $\alpha=2^{\bullet}$ e angolo cant 15 $^{\bullet}$

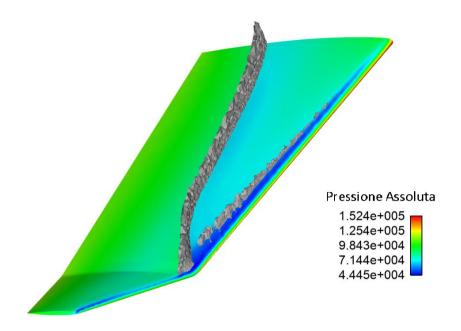


Figura 5.5: Andamento pressione assoluta con relativa onda d'urto per α=2° e angolo cant 15°

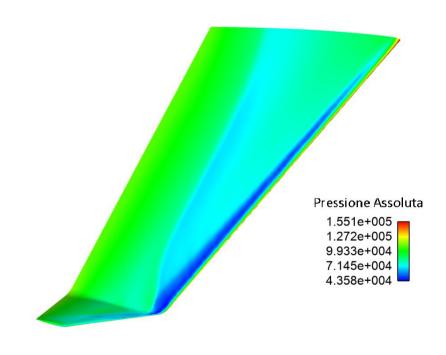


Figura 6.5: Andamento pressione assoluta per $\alpha=2^{\circ}$ e angolo cant 45°

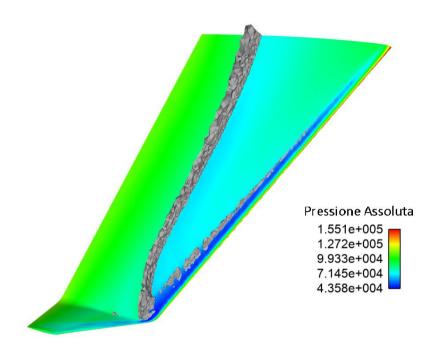


Figura 7.5: Andamento pressione assoluta con relativa onda d'urto per $\alpha=2^{\bullet}$ e angolo cant 45 $^{\bullet}$

6. Conclusioni

Il rilevamento delle onde d'urto e la scomposizione della forza di resistenza in profili alari bidimensionali e tridimensionali ha richiesto in primo luogo la validazione della mesh. Tale validazione è stata basata sul classico profilo simmetrico NACA0012, per il quale vi è un'ampia disponibilità di dati a carattere sperimentale sui quali basare il confronto con i risultati delle analisi fluidodinamiche.

Sono state prese in considerazione tre diverse mesh aventi numero di celle di calcolo via via più fitto. Si è in tal senso ricercato un compromesso tra l'accuratezza dei risultati e i tempi di risoluzione delle simulazioni e, infine, si è scelta la mesh avente minor numero di celle. La mesh selezionata è caratterizzata da un infittimento di celle in prossimità del bordo d'attacco e di uscita del profilo.

Una volta impostato il problema fisico, ci si è concentrati su due parametri caratteristici dei profili alari: Mach Critico, Drag Divergence Mach Number. Si sono ricercati tali valori in maniera più dettagliata per il profilo NACA 0012 e, successivamente, per verifica è stata effettuata un'analisi più semplificata per il profilo RAE 2822. Infine si è scomposta la resistenza aerodinamica nelle sue componenti.

Il Mach Critico rappresenta quel valore in cui compare una prima zona, adiacente all'ala, di flusso sonico. Il Drag Divergence Mach Number è quel valore ottenuto graficamente dall'intersezione del grafico Ma– C_d con una retta di pendenza 0,1.

Dalle simulazioni effettuate è emerso che il valore del Mach critico diminuisce all'aumentare dell'angolo di attacco, conformemente a quanto si era ipotizzato. Inoltre, è stato constatato che il secondo parametro risulta essere più cautelativo, perciò è consigliabile utilizzare quest'ultimo per future analisi aerodinamiche.

Per la cattura dell'onda d'urto sono stati considerati inizialmente due metodi di rilevamento della stessa. È stato scelto quello proposto da Lovely e Haimes a discapito di quello proposto da Pagendarm e Seitz in quanto di più semplice ed immediato utilizzo.

Inoltre sono stati messi a confronto due approcci (Near Field e Mid Field) per cercare di di individuare e quantificare la componente dell'onda d'urto e successivamente scomporre, nel modo più veritiero possibile, la resistenza aerodinamica. Inizialmente i risultati erano eccessivamente discordanti per cui si è ritenuto opportuno modificare la superficie di controllo applicando dei filtri mirati ad eliminare quella regione causa di errore. Dopo tale accorgimento i valori risultano essere ragionevolmente equiparabili. Per analisi successive al presente elaborato, è consigliabile effettuare un miglioramento della *mesh* sulla regione lontana dal profilo alare.

A titolo dimostrativo è stato impostato il problema su un caso tridimensionale, sfruttando lo CFD study of the Impact of Variable Cant Angle Winglets on Total Drag Reduction, 2018, Joel Guerrero, Marco Sanguineti, Kevin Wittkowski, DICCA, Università degli Studi di Genova.

Per questo caso più complesso risultano validi i modelli di calcolo esposti ma, come per i casi bidimensionali, restano le criticità riguardanti il volume di controllo.

Bibliografia e Sitografia

- [1] Marchetto Federico, 2014, CFD Simulation of Harmonic Pitching Airfoils equipped with Movable Gurney Flaps, Università degli Studi di Padova, Padova.
- [2] Metodo dei volumi finiti. (7 agosto 2016). *Wikipedia, L'enciclopedia libera*. Tratto da: https://it.wikipedia.org/wiki/Metodo_dei_volumi_finiti.
- [3] Pirooz Moradnia, 2010, CFD of Air Flow in Hydro Power Generators, Chalmers University of Technology, Goteborg.
- [4] Çengel Yunus, Cimbala John, 2006, Fluid Mechanics, The McGraw-Hill Companies Inc, New York NY.
- [5] Yamazaki Wataru, Matsushima Kisa, Nakahashi Kazuhiro, 2005, JSME International Journal, Vol. 48, No. 2, pp. 235-236.
- [6] John J. Bertin, Michael L. Smith, 2002, Aerodynamics for Engineers, United States Air Force Academy.
- [7] Paparone Luigi, Tognaccini Renato, 2003, Computational Fluid Dynamics-Based Drag Prediction and Decomposition, AIAA Journal, Vol. 41, No. 9, pp. 1647-1657.
- [8] Daniel Destarac, Jan van der Vooren, Drag/thrust Analysis of jet-propelled transonic transport aircraft; Definition of physical drag components, 2004, Aerospace Science and Technology, pp. 546-547.
- [9] Ziniu Wu, Yizhe Xu, Wenbin Wang, Ruifeng Hu, Review of Shock Wave Detection Method in CFD post-processing, 2013, Chinese Journal of Aeronautics, Vol. 26, No. 3, pp. 502-503.
- [10] Pagendarm Hans Georg, Seitz B., 1993, An algorithm for detection and visualization of discontinuities in scientific data fields applied to flow data with shock waves, Ellis Horwood Ltd., UK.
- [11] Kanamori Masashi, Suzuki Kojiro, 2011, Shock wave detection based on the theory of characteristics for CFD results, 20th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Honolulu, USA.
- [12] CFD study of the Impact of Variable Cant Angle Winglets on Total Drag Reduction, 2018, Joel Guerrero, Marco Sanguineti, Kevin Wittkowski, DICCA, Università degli Studi di Genova