Università degli Studi di Genova - Facoltà di Ingegneria

Esame di Fondamenti di Meccanica dei Continui, 21 Giugno 2004

Meccanica dei Fluidi

Appunti del corso e testi ammessi

Nota: Gli studenti che svolgono solo il compito di meccanica dei fluidi saranno valutati sulla base dei tre esercizi (tempo a disposizione: 2 ore). Gli studenti che svolgono sia il compito di meccanica dei solidi che quello di meccanica dei fluidi, saranno valutati sulla base dei primi due esercizi (tempo a disposizione per la parte fluidi: 1½ ore). Come nel caso dell'esame precedente (compito del 3 Giugno 2004) il sistema di votazione é relativo. Questo implica che si puó ricevere un ottimo voto anche senza aver svolto il compito fino in fondo.

Esercizio 1: **Moto viscoso, incomprimibile tra due cilindri coassiali**

Si consideri il moto assiale di un fluido di viscosità dinamica μ chiuso nell'interstizio tra due cilindri coassiali di lunghezza infinita e di raggi R_1 e R_2 ($R_2 > R_1$). Il moto é forzato unicamente da un gradiente di pressione imposto $dp/dz \neq 0$; si vuole studiare il moto stazionario e assialsimmetrico, che si sviluppa nella direzione assiale z (direzione che coincide con l'asse dei cilindri) sotto l'azione di un gradiente di pressione costante. Si applica inoltre l'approssimazione di moto incomprimibile.

1. Partendo dalle equazioni di Navier-Stokes in coordinate cilindriche (la cui forma completa si puo' trovare sulle dispense dei Proff. Lando' e Scarsi, oppure sul testo della correzione dell'ultimo esercizio di meccanica dei fluidi HW7 messo a disposizione sul sito web del corso) e eliminando progressivamente vari termini, si dimostri che il sistema si riduce a:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\mu}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv_z}{dr}\right) = \cos\tan te$$

$$v_r = v_\theta = 0.$$

   Si risolva la prima equazione per trovare un'espressione generale per $v_z(r)$.
2. Utilizzando le condizioni al contorno calcolare la velocità $v_z = v_z(r;\, dp/dz, \mu, R_1, R_2)$
3. Calcolare il valore del raggio per il quale la velocità é massima.
4. Se ci fossero delle forze di massa conservative (ad esempio legate all'accelerazione di gravità) come cambierebbe l'espressione della velocità ottenuta al punto 1? Spiegare.

Esercizio 2: **Onde sonore in un clarinetto**

Il clarinetto é uno strumento a fiato che puó essere modellato come un tubo aperto ad un'estremità – e quindi in contatto con l'atmosfera, ad esempio sull'estremità posta in $x = 0$ - e chiuso dall'altra (ad esempio sull'estremità posta in $x = L$), all'interno del quale si trova un'onda sonora provocata da una perturbazione iniziale. Per semplificarne lo studio, si supponga che il moto sia non-viscoso e unidirezionale (lungo x), che l'effetto delle forze di massa sia trascurabile, e che il disturbo (di pressione e di velocità) si possa esprimere utilizzando un potenziale di velocità ϕ.

1. Lavorando con il potenziale di velocità ϕ, si scriva il disturbo all'interno del clarinetto come la somma di due onde armoniche, l'una viaggiante nel verso x e l'altra viaggiante nel verso –x.
2. Si scrivano le due condizioni al contorno in x=0 e x=L, utilizzando ϕ come variabile.
3. Differenti armoniche (gli autovalori del sistema) esistono che danno luogo alle seguenti frequenze: $F_0 = \frac{c_s}{4L}$, $F_1 = \frac{3c_s}{4L}$, $F_2 = \frac{5c_s}{4L} \ldots$ (c_s é la velocità del suono nel mezzo, e F_n é la frequenza espressa in Hertz). Mostrare come si ottengono tali relazioni tramite l'utilizzo delle condizioni al contorno.
4. La nota fondamentale (la nota piú grave) del clarinetto in *si bemolle* é il *re* a 146.8 Hz. Determinare la lunghezza teorica di tale clarinetto (e paragonare tale lunghezza alla lunghezza reale che é di circa 60 cm.)
5. Disegnare i primi tre modi di oscillazione delle onde nel sistema (si puó scegliere di rappresentare il potenziale di velocità, il disturbo di pressione, oppure quello di velocità, ad un tempo fissato).

Esercizio 3: **SOLO PER GLI STUDENTI CHE NON FANNO IL COMPITO DI SOLIDI**

Le componenti di velocità di un moto incomprimibile che si svolge nello spazio tridimensionale sono:

$$v_x = -\frac{2xyz}{(x^2+y^2)^2} \quad , \quad v_y = \frac{(x^2-y^2)z}{(x^2+y^2)^2} \quad , \quad v_z = \frac{y}{x^2+y^2} .$$

1. Un tale moto é possibile?
2. Il moto é rotazionale o irrotazionale?