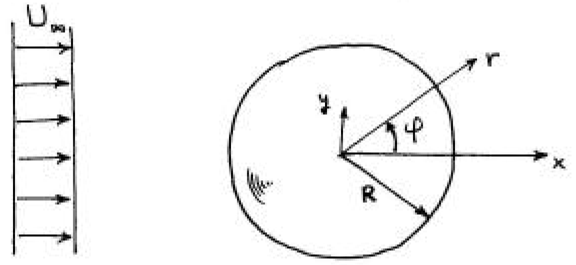
Università degli Studi di Genova
Facoltà di Ingegneria

Compitino di Meccanica dei Continui
Parte 2: **Meccanica dei fluidi**
3 Giugno 2004, ore 8:00, aula B2
Appunti del corso e testi ammessi

Esercizio 1: **Flusso potenziale attorno ad una sfera**

Si consideri il moto incomprimibile, potenziale (non-viscoso ed irrotazionale) che si sviluppa attorno ad una sfera di raggio R investita da una corrente uniforme U_∞, come illustrato in figura.

1. Scrivere il potenziale di velocità, come la somma di due potenziali elementari.
2. Scrivere la funzione di corrente.
3. Mostrare che le componenti di velocità valgono:
$$v_r = U_\infty \left[1-(R/r)^3\right] \cos \varphi$$
$$v_\varphi = -U_\infty \left[1+0.5\,(R/r)^3\right] \sin \varphi$$
4. Scrivere il coefficiente di pressione c_p e tracciare il suo andamento in funzione di φ.
5. Trovare F_x e F_y, componenti orizzontale e verticale della forza esercitata dal fluido sulla sfera.
6. Sperimentalmente si osserva che la componente orizzontale della forza è diversa dal valore F_x calcolato con la teoria potenziale. Spiegare perché.



Esercizio 2: **Moti di Stokes**

Sono detti moti di Stokes quei moti a bassissimo numero di Reynolds ($Re=UL/\nu \to 0$) per i quali gli effetti di viscosità predominano sugli effetti di inerzia, in modo tale che il movimento del fluido è retto da un equilibrio tra le forze di pressione e le forze viscose. Esempi di moti di Stokes sono i moti di fluidi molto viscosi (olii, materie plastiche, petroli "pesanti"; in generale tutti i flussi detti di lubrificazione), i moti in micro-canali oppure attorno ad oggetti microscopici (caratterizzati quindi da un bassissimo valore della dimensione caratteristica L), ed i moti che avvengono a bassissime velocità caratteristiche U (spostamento dei ghiacciai, movimento del mantello terrestre). In tali casi la pressione dinamica ρU^2 non è una scala appropriata per rendere adimensionale la pressione del sistema. Trovare la scala della pressione, in modo tale che l'equazione di Navier-Stokes si riduca, in forma adimensionale, a:

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} = \frac{\partial^2 \tilde{v}_i}{\partial \tilde{x}_j^2}$$

dove si è definito: $\tilde{x}_i = \frac{x_i}{L}$, $\tilde{v}_i = \frac{v_i}{U}$, $\tilde{t} = \frac{tU}{L}$.

Esercizio 3: **Strato limite di aspirazione**

Si consideri lo strato limite che si forma allorché un fluido in moto uniforme U_∞ passa sopra una lastra piana posta parallelamente al flusso (vedi figura). Il moto è stazionario, incomprimibile e bidimensionale. Sulla lastra sono presenti dei piccoli fori attraverso i quali il fluido è aspirato in modo uniforme, cioè in modo che le condizione al contorno sulla parete siano:

$$v_x(x,0) = 0;\; v_y(x,0) = -V,\; V \text{ una costante positiva.}$$

Si parte dalle equazioni dello strato limite (cioè da quelle equazioni che si ottengono dalle equazioni di continuità e di Navier-Stokes, dopo aver fatto un'analisi degli ordini di grandezza ed aver eliminato i termini "piccoli") e ci si piazza sufficientemente a valle del bordo d'attacco della lastra, dove il moto che si forma è completamente sviluppato.

1. Si dimostri che $v_y(x,y) = -V$.
2. Integrare due volte l'equazione della quantità di moto lungo x e mostrare, usando le condizioni al contorno, che $v_x(x,y) = U_\infty\left[1 - e^{-Vy/\nu}\right]$.
3. Calcolare la componente orizzontale della forza esercitata dal fluido su una lunghezza L di parete (per unità di lunghezza nella direzione z).
4. Dall'analisi del risultato (vedi figura) si osserva che la tensione tangente sulla parete $\tau_{xy}(x,0)$ è più grande in questo caso che nel caso di Blasius (semplicemente perché la derivata lungo y di $v_x(x,y)$ é più grande, in y=0). Questo significa che la resistenza al moto (laminare) F_x è più grande in presenza piuttosto che in assenza di aspirazione. Eppure, l'aspirazione di fluido dallo strato limite è una tecnica usata in aeronautica ("*laminar flow control*") proprio allo scopo di ridurre la resistenza di attrito. Potete provare a spiegare questo apparente paradosso?