Università di Genova
Facoltà di Ingegneria

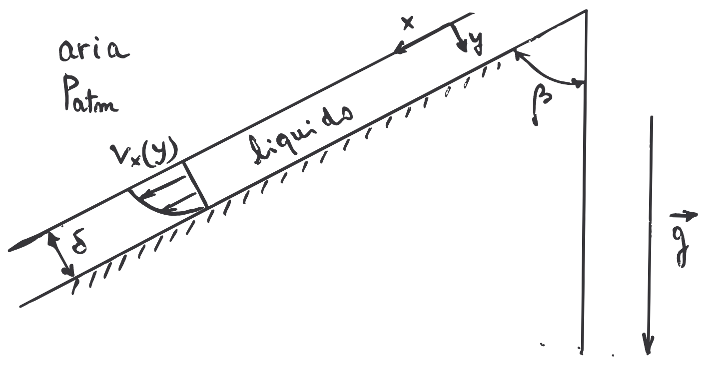
Esame di **Fondamenti di Meccanica dei Continui**
21 febbraio 2005, Aula A7, Villa Cambiaso

Meccanica dei Fluidi
Appunti e testi ammessi

Esercizio 1: Moto incomprimibile di un fluido viscoso (22 punti)

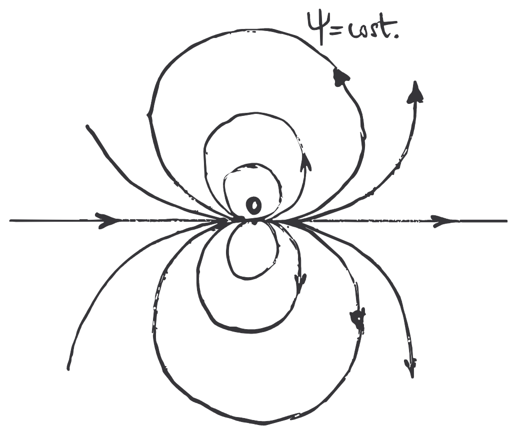
Si consideri un liquido Newtoniano (di viscosità dinamica μ e densità ρ) in moto laminare lungo un piano inclinato sotto l'effetto della gravità. Il piano, di lunghezza L e profondità W, è inclinato di un angolo β (vedi figura). Il liquido forma una sottile pellicola (un "film") di spessore costante δ, con $\delta \ll L$ e $\delta \ll W$ di modo che gli effetti di bordo possano essere trascurati. Nell'ipotesi che l'aria sovrastante eserciti uno sforzo trascurabile sul liquido, si calcoli:

a. la distribuzione di velocità e di pressione per il caso di moto permanente;
b. la portata in massa e la velocità media del film;
c. la forza esercitata dal liquido sul piano, nella direzione del moto. Si discuta inoltre la relazione tra tale forza ed il peso del film liquido.



Esercizio 2: Moto incomprimibile potenziale bidimensionale (11 punti)

Tracciare le linee isobare per il caso di una doppietta isolata posta in 0 (origine degli assi) e di intensità nota.



Esame di Meccanica dei Continui

21/02/05

Meccanica dei Fluidi

Es. 1.

Il liquido forma una pellicola di spessore costante:

$v_x(x,y)$, $v_y = 0$ moto parallelo

Inoltre, dall'eq. di continuità:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \cancel{\frac{\partial v_y}{\partial y}} = 0 \quad \mapsto \quad v_x = v_x(y)$$

come indicato in figura

Eq^s di Navier-Stokes, moto permanente

$$\rho\left[v_x \cancel{\frac{\partial v_x}{\partial x}} + v_y \cancel{\frac{\partial v_x}{\partial y}}\right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left[\cancel{\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}\right] + \rho g \cos\beta$$

$$\rho\left[v_x \cancel{\frac{\partial v_y}{\partial x}} + v_y \cancel{\frac{\partial v_y}{\partial y}}\right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \cancel{\nabla^2 v_y} + \rho g \sin\beta$$

Dalla seconda: $\boxed{p = \rho g \sin\beta \; y + p_{atm}}$

distribuzione idrostatica

La componente lungo x diventa quindi:

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = -\frac{\rho g}{\mu}\cos\beta$$

con condizioni al contorno: $\tau_{xy}(y) = -\mu \dfrac{\partial v_x}{\partial y}$

$$\begin{cases} \tau_{xy}(0) = 0 \\ v_x(\delta) = 0 \end{cases}$$

integrando

$$\mapsto \quad \boxed{v_x(y) = \frac{\rho g}{2\mu}\cos\beta\,(\delta^2 - y^2)}$$

Portata in massa: $\dot{M} = \int_0^\delta \rho W v_x \, dy = \dots$

$$= \frac{\delta^3 \rho^2 g W}{3\mu} \cos\beta$$

$$V_{max} = V_x(0) = \frac{\rho g}{2\mu} \delta^2 \cos\beta$$

$$V_{media} = \frac{\dot{M}}{\rho W \delta} = \frac{\rho g \delta^2}{3\mu} \cos\beta$$

$\rightarrow V_{max} = \frac{3}{2} V_{media}$

Forza sulla piastra sotto l'azione del film: F_x

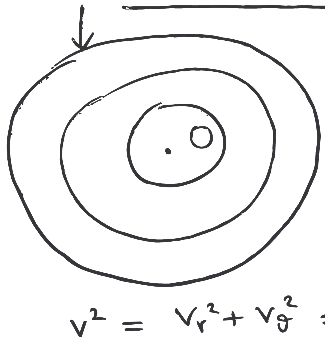
$$F_x = LW \tau_{xy}(y=\delta) = LW\left[-\mu \frac{\partial V_x}{\partial y}(\delta)\right] = \rho g L W \delta \cos\beta$$

nel verso di x

Tale forza è esattamente uguale alla componente lungo x del peso $\rho g L W \delta$ del film liquido.

Es. 2

isobare = cerchi centrati in O



Per una doppietta:

$$\phi = \frac{m}{2\pi r} \cos\theta$$

m = momento della doppietta

$$V_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = -\frac{m \cos\theta}{2\pi r^2}$$

$$V_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -\frac{m \sin\theta}{2\pi r^2}$$

$$V^2 = V_r^2 + V_\theta^2 = \left(\frac{m}{2\pi r^2}\right)^2$$

Per fluido ideale, moto irrotazionale, forze di massa trascurabili: Bernoulli $\rightarrow p + \frac{1}{2}\rho V^2 = \text{cost.} \rightarrow$ quindi le linee a $p = \text{cost} \Rightarrow V^2 = \text{cost} \Rightarrow \boxed{r = \text{cost.}}$ cioè cerchi