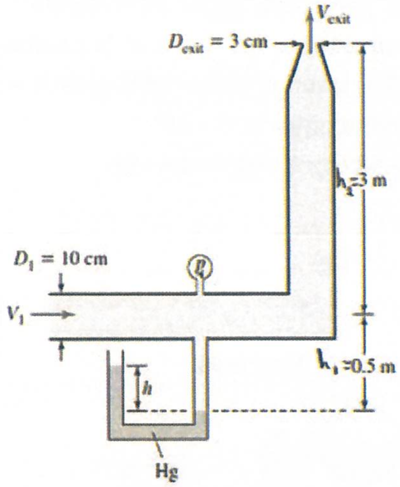
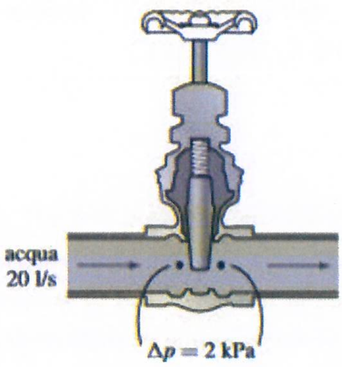
Esame parziale di meccanica dei fluidi, 3 maggio 2019 **FILA A**

Solo un foglio aiuti ammesso

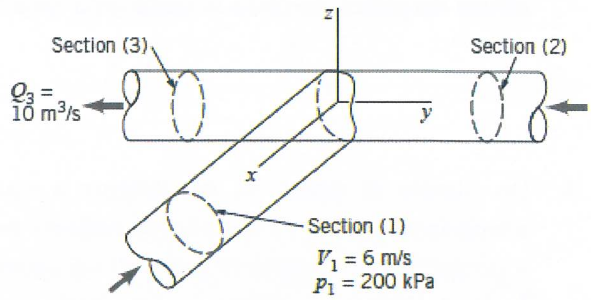
1. Per il condotto in figura nel quale scorre acqua si valuti la lettura del manometro di mercurio (SG = 13.6), cioè si dica quanto vale h, se la velocità nel punto in cui viene letta la pressione è pari a 2.5 m/s.



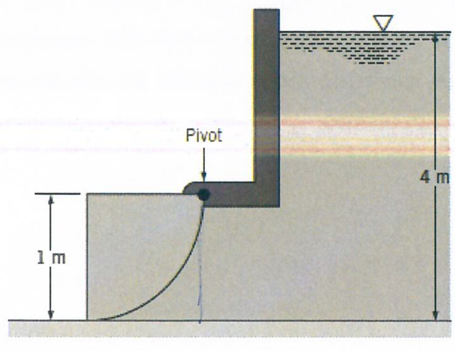


2. In una tubazione orizzontale del diametro di 30 mm, che convoglia acqua con una portata di 20 l/s, è inserita una valvola che causa una caduta di pressione di 2 kPa. Calcolare la perdita di carico e la potenza meccanica persa attraverso la valvola.

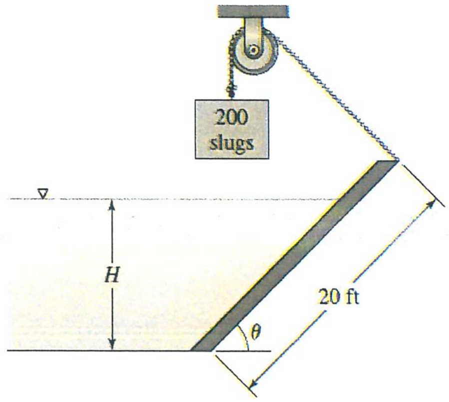
3. Si assuma moto incomprimibile, stazionario e senza attriti nel sistema di tubi a T di figura. Si valutino le componenti x ed y della forza esercitata dall'esterno sul CV comprendente il fluido, specificando modulo e verso di tali componenti. Il diametro interno di ciascun condotto è pari ad 1 m e le velocità possono essere assunte uniformi.

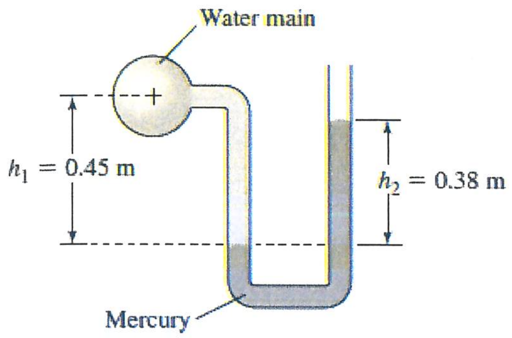


4. La paratia a forma di quarto di cilindro in figura serve per mantenere un'altezza d'acqua di 4 m. Si determini il peso della paratia, supposta formata da un materiale omogeneo, per unità di profondità.
   Nota: il baricentro di un quarto di cerchio ha coordinate $(x_c, y_c) = (4R/(3\pi), 4R/(3\pi))$, con l'origine degli assi nel centro del cerchio di raggio R.



5. Si consideri la paratia di figura incernierata sul fondo. Per quale altezza dell'acqua H la paratia è in equilibrio? Si trascuri la massa della paratia e si assuma profondità unitaria, $\theta = 45°$.
Nota: 1 ft = 30,48 cm; 1 slug = 14.59 kg.

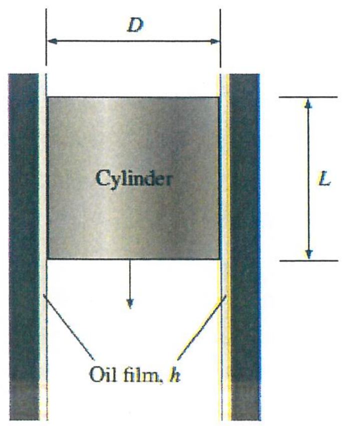




6. Un manometro ad U pieno di mercurio (SG = 13.6) è collegato ad un condotto in cui scorre acqua. Si usino i dati di figura per determinare la pressione relativa dell'acqua nella sezione dove è posizionato il manometro.

7. Il moto bidimensionale piano di un fluido è definito in coordinate lagrangiane da $x = x_0\, e^{k\,t}$, $y = y_0\, e^{-k\,t}$, con k una costante e t la variabile indipendente tempo. Qual è la forma della traiettoria di una generica particella fluida nel piano (x, y)? La si disegni indicando il verso della traiettoria. Si determinino i campi euleriani di velocità ed accelerazione. Tali campi sono stazionari? Si determino le velocità di deformazione lineari ed angolari. Il moto è rotazionale? Quanto vale la circolazione attorno ad un qualunque percorso chiuso nel piano, percorso in senso antiorario?

8. Un cilindro di massa m, inizialmente a riposo, scivola in un tubo verticale la cui superficie interna è ricoperta da un sottile strato di olio di spessore h. Se il diametro e l'altezza del cilindro sono, rispettivamente, D ed L, si scriva l'equazione che descrive come la velocità del cilindro varia nel tempo. Si trovi poi la soluzione di tale equazione per $t \to \infty$, cioè quando la velocità del cilindro non varia più nel tempo.



Compito 3/5/2019, file A

1. $V_1 D_1^2 \cancel{\frac{\pi}{4}} = V_{exit} D_{exit}^2 \cancel{\frac{\pi}{4}}$ $\qquad V_{exit} = V_1 \left(\frac{D_1}{D_{exit}}\right)^2 = 11.7 \, V_1$

$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = P_{exit} + \frac{1}{2}\rho V_{exit}^2 + \rho g h_2$ $\qquad$ con $P_{exit} = P_{atm}$

$P_{gage\,1} = \frac{1}{2}\rho V_1^2 \left(11.7^2 - 1\right) + \rho g h_2 = \cancel{182.5}\ 412.1$ kPa

$P_{1\,gage} = \rho_{Hg}\, g\, h - \rho g h_1$ $\qquad \boxed{h = \frac{P_{1\,gage} + \rho g h_1}{\rho_{Hg}\, g} = \cancel{1.405}\ 3.12 \text{ m}}$

2. $\dot m = 20$ kg/s $\qquad d = 30$ mm $\Rightarrow A = \pi \frac{d^2}{4} = 7.070 \times 10^{-4}$ m^2

$\Delta P_L = 2$ kPa $\rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} \Delta h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = 0.204 \text{ m} \\ \dot W_L = \dot m\, g\, \Delta h_L = 40 \text{ W} \end{array}}$

3. $Q_3 = V_3 \frac{\pi D^2}{4} \rightarrow V_3 = 12.73$ m/s

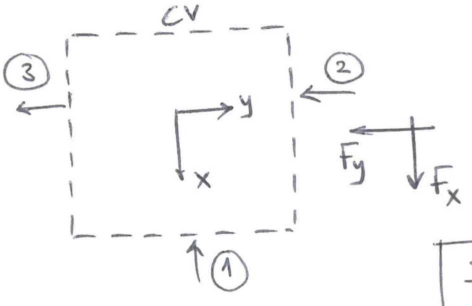
$Q_1 = V_1 \frac{\pi D^2}{4} = 4.712$ m^3/s

$\Rightarrow Q_2 = Q_3 - Q_1 = 5.288$ m^3/s

$V_2 = \frac{4 Q_2}{\pi D^2} = 6.732$ m/s

Bernoulli 1→3 : $P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = P_3 + \frac{1}{2}\rho V_3^2 \rightarrow P_3 = 137$ kPa $\qquad P_{3gage} = 37$ kPa

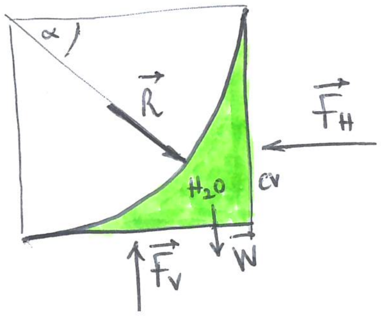
Bernoulli 2→3 : $P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 = P_3 + \frac{1}{2}\rho V_3^2 \rightarrow P_2 = 195$ kPa $\qquad P_{2gage} = 95$ kPa



$$\begin{cases} -F_y + (P_3 - P_2)\frac{\pi D^2}{4} = \dot m_3(-V_3) - \dot m_2(-V_2) \\ F_x - P_{1\,gage}\frac{\pi D^2}{4} = -\dot m_1(-V_1) \end{cases}$$, con $P_{1gage} = 100$ kPa

$\boxed{F_x = \cancel{185}\ 106.8 \text{ kN}}$ $\qquad \boxed{F_y = 45.9 \text{ kN}}$

4.



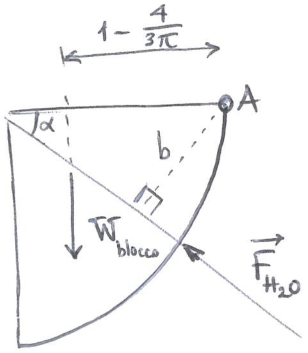
$\vec R$ = reazione della paratia sul blocco d'acqua

$R_x = R\cos\alpha = F_H = \rho g (3.5) \times 1^2 = 34335$ N

$R_y = R\sin\alpha = F_V - W = \rho g (4) \times 1^2 - \rho g \left(1^3 - \frac{\pi \times 1^2}{4} \times 1\right) = 37135$ N

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 50576 \text{ N}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{37135}{34335} = \tan^{-1}(1.081) = 0{,}8245 \text{ rad} = 47{,}24^\circ$$



$\vec{F}_{H_2O}$ = spinta dell' acqua sulla paratia, uguale ad $\vec{R}$ in modulo e direzione, verso opposto

Eq. momenti attorno ad A :

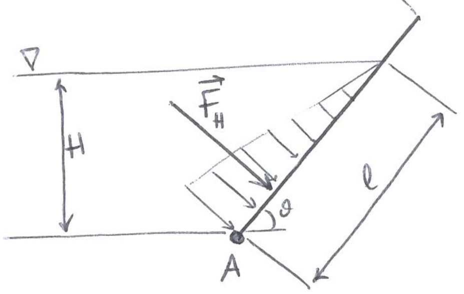
$$F_{H_2O}\, b = W_{blocco}\left(1 - \frac{4}{3\pi}\right) \qquad \text{con } b = 1 \cdot \sin\alpha$$

$$\boxed{W_{blocco} = \frac{F_{H_2O}\sin\alpha}{1 - \frac{4}{3\pi}} = 64.5 \text{ kN}}$$

5.

$200 \times 14.59 \times 9.81 = 28.6$ kN

$20 \text{ ft} = 6.096$ m



$$l = \frac{H}{\sin\theta} = \frac{H}{\sin 45^\circ} = \frac{2H}{\sqrt{2}}$$

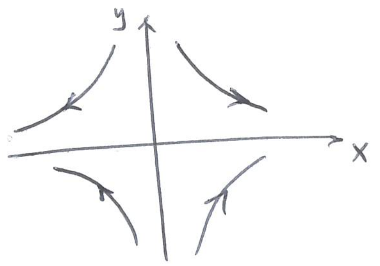
$$F_H = \rho g \frac{H}{2}(l \times 1) = \rho g \frac{H^2}{\sqrt{2}}$$

Eq. momenti rispetto ad A : $\quad 28.6 \times 6.096 = \rho g \frac{H^2}{\sqrt{2}} \frac{l}{3}$

$$174.5 \text{ kN m} = \rho g \frac{H^3}{3} \qquad \boxed{H = 3.77 \text{ m}}$$

6. $\quad p_{gage\,H_2O} + \rho_{H_2O}\, g\, h_1 - \rho_{Hg}\, g\, h_2 = 0 \qquad \boxed{p_{gage\,H_2O} = 46.3 \text{ kPa}}$

7. $\quad e^{kt} = \frac{x}{x_0} \rightarrow xy = x_0 y_0$ le traiettorie sono iperboli equilatere, percorse come in figura (se $k > 0$)



Lagrangiano :
$$\dot{x} = k x_0 e^{kt} \qquad \ddot{x} = k^2 x_0 e^{kt}$$
$$\dot{y} = -k y_0 e^{-kt} \qquad \ddot{y} = k^2 y_0 e^{-kt}$$

Euleriano :
$$u = kx \qquad a_x = k^2 x$$
$$v = -ky \qquad a_y = k^2 y$$
$\rightarrow$ campi stazionari

Verifica :
$$a_x = \frac{Du}{Dt} = \cancel{\frac{\partial u}{\partial t}} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\cancel{\frac{\partial u}{\partial y}} = kx(k) = k^2 x \quad \checkmark$$
$$a_y = \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -ky(-k) = k^2 y \quad \checkmark$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$

vel. def. lineare : $\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = k$

$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = -k$

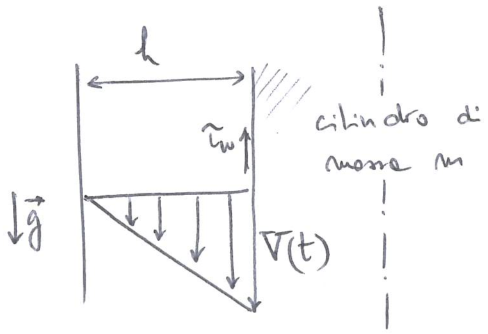
(il moto è incomprimibile)

vel. def. angolare : $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = 0$

Vorticità : $\vec{\zeta} = \vec{k}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) = 0$ il moto è irrotazionale.

Per il teorema di Stokes la circolazione si annulla su un qualunque percorso chiuso C : $\Gamma = \oint_C \vec{u}\cdot d\vec{l} = \int_A \vec{\zeta}\cdot\vec{n}\, dA = 0$.

8.



La resistenza viscosa sulla parete del cilindro è : $F_{res} = \tau_w \frac{\pi D}{\cancel{4}} L$

con $\tau_w = \mu_{olio}\frac{V}{h}$

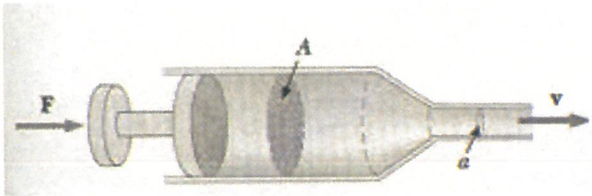
Il bilancio delle forze verticali sul cilindro è :
$$\boxed{mg - \mu_{olio}\frac{V(t)}{h}\frac{\pi D L}{\cancel{4}} = m\dot{V}}$$

Quando le forze si bilanciano $\left(\text{cioè } \frac{dV}{dt} = 0\right)$: $\boxed{V_{t\to\infty} = \frac{\cancel{4}\, m g h}{\pi \mu_{olio} D L}}$

Esame parziale di meccanica dei fluidi, 3 maggio 2019 **FILA B**

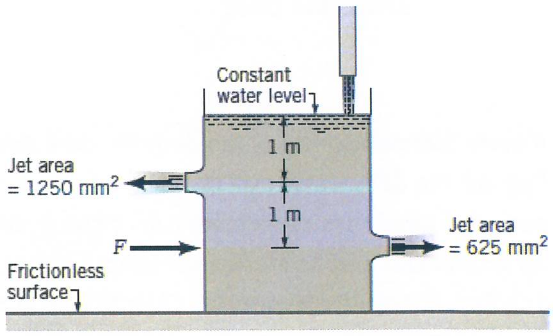
Solo un foglio aiuti ammesso

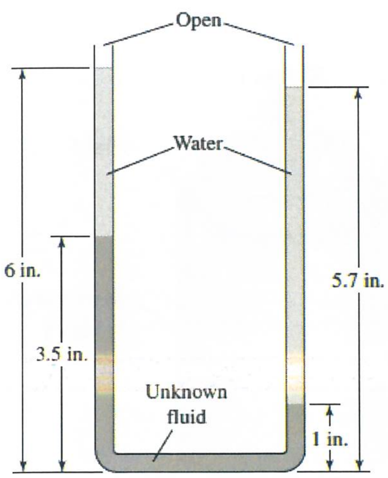
1. Una siringa ipodermica contiene una medicina con densità pari a quella dell'acqua. La canna della siringa ha sezione circolare di raggio r = 2.8 mm mentre l'ago ha raggio r = 0.056 mm. In assenza di forza sul pistone la pressione è 1 atm. Una forza F = 2.00 N agisce sul pistone, facendo sì che la medicina schizzi fuori orizzontalmente dall'ago. Determinare la velocità della medicina in uscita dall'ago.



2. Un battello antincendio è dotato di un impianto di sollevamento dell'acqua di mare, di densità 1030 kg/m^3, costituito da una tubazione di diametro interno pari a 200 mm che termina con un ugello, la cui sezione di sbocco ha un diametro di 50 mm, posto a un'altezza di 4 m sopra al livello del mare. Calcolare la velocità allo sbocco e la potenza della pompa per la portata di 0.05 m^3/s, ipotizzando un rendimento del 70% e una perdita di carico complessiva di 3 m.

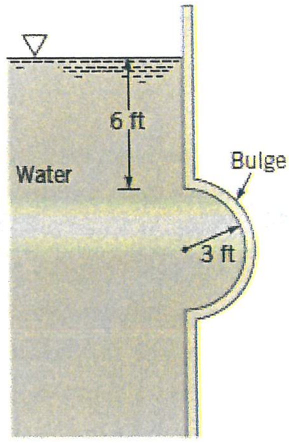
3. Dell'acqua viene aggiunta al serbatoio di figura per mantenere il livello sempre costante. Il serbatoio è su una superficie orizzontale senza attrito. Trascurando le perdite, si calcoli la forza orizzontale F – specificandone il verso – necessaria a mantenere fermo il recipiente.

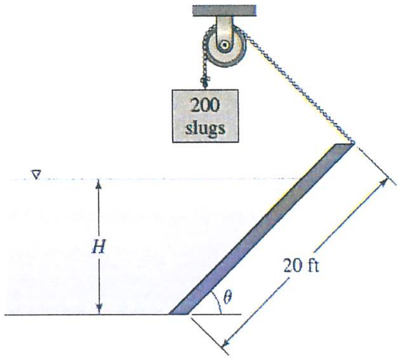




4. Per il tubo ad U di figura (ed usando i dati di figura), si determini la densità del fluido sconosciuto.
Nota: 1 in = 2.54 cm.

5. Si determinino le componenti orizzontale e verticale della forza esercitata dall'acqua sul rigonfiamento (*bulge*) semisferico di figura.
Nota: 1 ft= 30.48 cm.

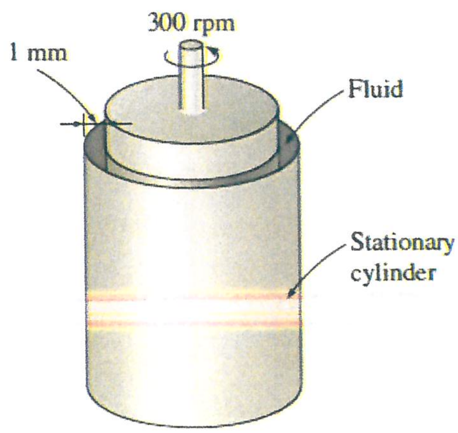




6. Si consideri la paratia di figura incernierata sul fondo, di profondità pari a 5 ft e massa pari a 50 slugs. Per quale altezza dell'acqua H la paratia è in equilibrio? Si assuma θ = 30°.
Nota: 1 ft = 30.48 cm; 1 slug = 14.59 kg.

7. Il moto bidimensionale piano di un fluido è definito in coordinate euleriane da u = x – y, v = x + y. Qual è l'equazione della traiettoria di una generica particella fluida nel piano (x, y)? Per rispondere a tale domanda conviene passare in coordinate cilindriche (r, θ). Si determini il campo di accelerazione. I campi di velocità ed accelerazione sono stazionari? Il moto è comprimibile? Si determino le velocità di deformazione lineari ed angolari. Il moto è rotazionale? Quanto vale la circolazione attorno ad un percorso quadrato di lato unitario e percorso in senso antiorario, posizionato in un qualunque modo nel piano?

8. La viscosità di un fluido deve essere misurata da un viscosimetro formato da due cilindri concentrici alti 75 cm. Il diametro esterno del cilindro interno è 15 cm, e l'interstizio tra i due cilindri è pari ad 1 mm. Se il cilindro interno ruota a 300 giri/min e il momento misurato è 0.8 N m, quanto vale la viscosità del fluido?



Compito 3/5/2019, file B

1.

$V_{ago}\, a = V_{pistone}\, A \qquad V_{ago} = V_{pistone} \left(\frac{2.8}{0.056}\right)^2 = 2500\, V_{pistone}$

Bernoulli: $P_{gage\ pistone} = \frac{F}{\pi R^2} = 8.12 \times 10^4\ Pa = \frac{1}{2}\rho \left[1 - \left(\frac{1}{2500}\right)^2\right] V_{ago}^2$ trascurabile

$$\boxed{V_{ago} = 12.74\ \frac{m}{s}}$$

2. $\rho = 1030\ kg/m^3$

$V_{tubazione} \frac{\pi \times 200^2}{4} \times 10^{-6} = V_{sbocco} \frac{\pi \times 50^2}{4} \times 10^{-6} = 0.05\ \frac{m^3}{s}$

$V_{tubazione} = 1.59\ \frac{m}{s} \qquad \boxed{V_{sbocco} = 25.5\ \frac{m}{s}}$

Eq. energia: $\cancel{\frac{P_1}{\rho g}} + \frac{V_1^2}{2g} + \cancel{z_1} + h_{pump,u} = \cancel{\frac{P_2}{\rho g}} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L$

$h_{pump,u} = \frac{25.5^2 - 1.59^2}{2 \times 9.81} + 7 = 40\ m$

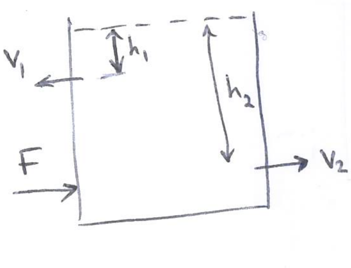
prevalenza della pompa

La potenza trasferita dalla pompa al fluido è: $\Delta \dot{E}_{mech,fluid} = \dot{m} g h_{pump,u}$

$\Delta \dot{E}_{mech,fluid} = 1030 \times 0.05 \times 9.81 \times 40 = 20.2\ kW$

$\eta_{pump} = \frac{\Delta \dot{E}_{mech,fluid}}{\dot{W}_{elect,in}} \qquad \dot{W}_{elect,in} = \frac{\Delta \dot{E}_{mech,fluid}}{0.7} = 28.9\ kW$

3.



$h_2 = 2h_1 \qquad V_1^2 = 2gh_1, \quad V_2^2 = 2gh_2 = 4gh_1$

$A_2 = \frac{1}{2}A_1 \qquad Q_2 V_2 = V_2^2 A_2 = 4gh_1 \frac{1}{2}A_1 = 2gh_1 A_1$

$Q_1 V_1 = V_1^2 A_1 = 2gh_1 A_1$

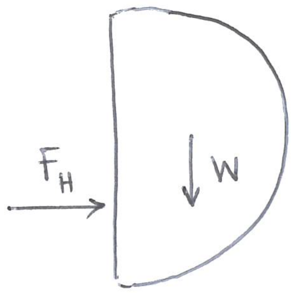
$$\boxed{F = \rho Q_2 V_2 + (-\rho Q_1 V_1) = 0\ !}$$

4.

$\rho_{H_2O}\, g\, (2.5) + \rho_{unknown}\, g\, (2.5) - \rho_{H_2O}\, g\, (4.7) = 0$

$$\boxed{\rho_{unknown}} = \frac{\rho_{H_2O} \cancel{g} (2.2)}{\cancel{g} (2.5)} = 0.88\ \rho_{H_2O} = \boxed{880\ kg/m^3}$$

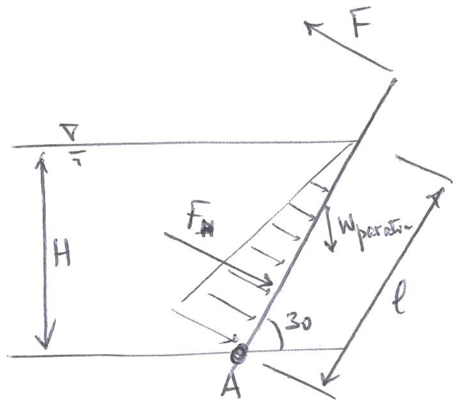
5.



$$\boxed{W = \rho g V = \rho g \frac{4}{6}\pi R^3 = 9810\,\frac{2}{3}\pi\, 27 \times (0.3048)^3 = 15.7 \text{ kN}}$$

$$\boxed{F_H = \rho g\, h_c(\pi R^2) = \rho g (9)\pi (0.3048)^3 9 = \cancel{231.9}\ 70.7 \text{ kN}}$$

6.



$$\ell \sin 30° = H = \frac{1}{2}\ell \qquad p = 5 \text{ ft} = 1.524 \text{ m}$$

$$F = 200 \times 14.59 \times 9.81 = 28.6 \text{ kN}$$

$$F_H = \rho g \frac{H}{2}(\ell p) = \rho g p H^2 = 14.95 \times 10^3 H^2$$

$$W_{paratia} = 50 \times 14.59 \times 9.81 = 7.16 \text{ kN}$$

Bilancio dei momenti rispetto ad A:

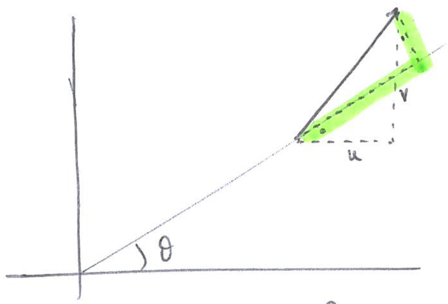
$$F \cdot (20 \times 0.3048) = W_{paratia} \cdot \left(10 \times 0.3048 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + F_H \frac{1}{3} H$$

$$155.4 = 4.98\, H^3$$

$$\boxed{H = 3.15 \text{ m}}$$

7.

$$u = x - y$$
$$v = x + y$$



$$u_r = u\cos\theta + v\sin\theta$$
$$u_\theta = v\cos\theta - u\sin\theta$$

$$x = r\cos\theta \qquad y = r\sin\theta$$

$$u_r = r(\cos\theta - \sin\theta)\cos\theta + r(\cos\theta + \sin\theta)\sin\theta = r$$
$$u_\theta = r(\cos\theta + \sin\theta)\cos\theta - r(\cos\theta - \sin\theta)\sin\theta = r$$

$$\frac{dr}{u_r} = \frac{r\,d\theta}{u_\theta} \qquad \frac{dr}{r} = d\theta \quad \mapsto \quad \boxed{r = A e^{\theta}}$$ Spirali logaritmiche

In coord. cartesiane:

$$x^2 + y^2 = A^2 e^{2\tan^{-1}(y/x)}$$

$$a_x = \frac{Du}{Dt} = \cancel{\frac{\partial u}{\partial t}} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = (x-y) + (x+y)(-1) = -2y$$

$$a_y = \frac{Dv}{Dt} = \cancel{\frac{\partial v}{\partial t}} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = (x-y) + (x+y) = 2x$$

I campi di vel. e acc. non dipendono dal tempo.

$\vec{\nabla}\cdot\vec{V} = \frac{\partial}{\partial x}(x-y) + \frac{\partial}{\partial y}(x+y) = 2 \neq 0$: il moto e' comprimibile

Vel. def. lineare: $\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = 1$

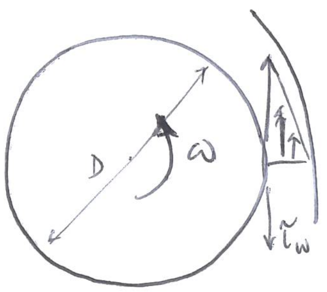
$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = 1$

Vel. def. angolare: $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) = 0$

Vorticita': $\vec{\zeta} = \vec{k}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) = 2\vec{k} \neq 0$ il moto e' rotazionale

Th. Stokes: $\Gamma = \oint \vec{V}\cdot d\vec{l} = \int_A \vec{\zeta}\cdot\vec{n}\, dA = 2$

8.



$$\tilde{\tau}_w = \mu\frac{V}{h} = \mu\frac{\omega D/2}{h} = 2356.2\,\mu$$

con $\omega = 300\,\frac{2\pi}{60} = 31.4\,\frac{rad}{s}$

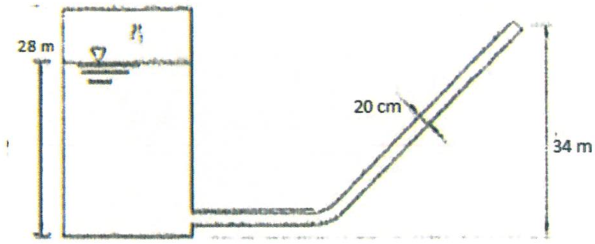
La forza viscosa sulla superficie laterale del cilindro esterno e' $\tilde{\tau}_w \pi D H = 832.7\,\mu$

Eq. dei momenti: $T = 0.8\ Nm = 832.7 \times (7.5\times10^{-2})\,\mu$

$$\boxed{\mu = \frac{0.8}{62.45} = 0.0128\ Pa\ s}$$

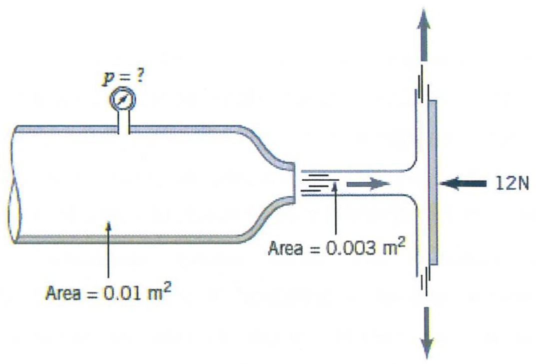
Esame parziale di meccanica dei fluidi, 3 maggio 2019 **FILA C**
Solo un foglio aiuti ammesso

1. In un dato instante, dal serbatoio di figura fluisce una portata di 30 l/s di acqua. Determinare il valore della pressione relativa P_1 del gas nel serbatoio, nell'ipotesi che non ci siano attriti nel condotto nè perdite di altro tipo.

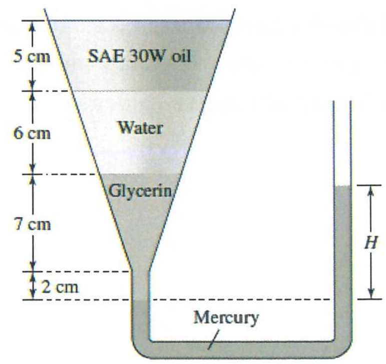


2. In un impianto idroelettrico dell'acqua scorre da un'altezza di 240 ft ad una turbina che genera potenza elettrica. Per un rendimento complessivo dell'80%, si determini la portata minima necessaria a generare 120 KW di elettricità. Nota: 1 ft = 30.48 cm.

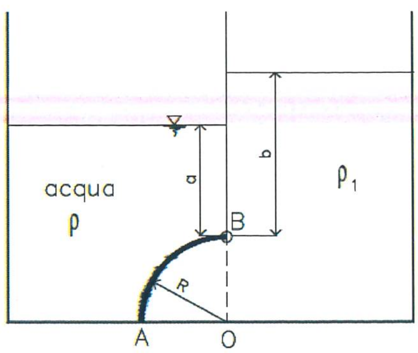
3. Dell'aria di densità pari a 1.20 kg/m^3 fluisce nell'atmosfera tramite un ugello e colpisce una lastra verticale. Una forza orizzontale di 12 N è necessaria a mantenere ferma la lastra. Assumendo il moto stazionario ed incomprimibile, si valuti la pressione relativa letta dal manometro.

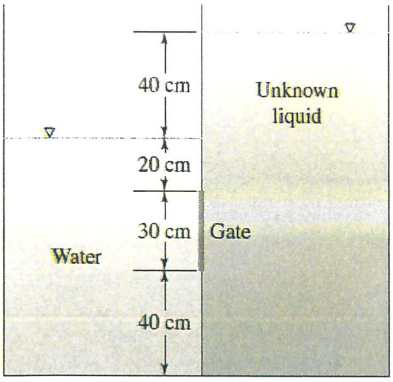


4. Si determini l'altezza H del sistema di figura ($SG_{mercury} = 13.6$; $SG_{glyceryn} = 1.26$; $SG_{oil} = 0.844$).



5. Si determini l'altezza b del liquido 1, di densità ρ_1, necessaria a mantenere in equilibrio la paratoia AB, di profondità L, incernierata in B.
Dati: a = 3 m, L = 10 m, R = 1 m, ρ_1 = 800 kg/m^3.

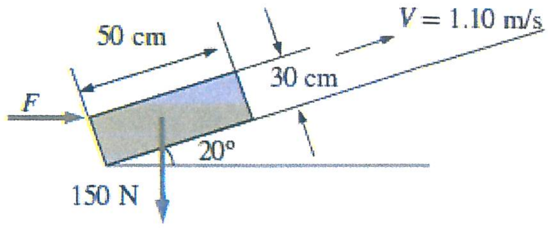




6. Si determini la densità relativa del fluido sconosciuto, di modo che la forza idrostatica netta sullo sportello (*gate*) di forma circolare sia uguale a zero.
Nota: il momento d'inerzia di area, relativo al baricentro, di un cerchio è pari a $\pi R^4/4$ (con R il raggio del cerchio).

7. Per il campo di velocità bidimensionale piano definito in coordinate euleriane da $u = x \cos(t)$ e $v = y \sin(t)$ si scriva il campo euleriano di accelerazione e si verifichi che quanto trovato coincide con la derivata seconda nel tempo dell'equazione della traiettoria di una particella.

8. Un blocco solido del peso di 150 N che misura 50 cm x 30 cm x 20 cm deve essere spostato a velocità costante V = 1.10 m/s lungo un piano inclinato, con un coefficiente di attrito radente pari a 0.27. Quanto vale il modulo della forza F (orizzontale) che deve essere applicata? Si assuma ora di lubrificare il sistema, cioè di inserire un sottile strato di olio di spessore 0.40 mm tra il blocco ed il piano. L'olio ha una viscosità dinamica pari a 0.012 Pa s. Di quanto si riduce (in percentuale) la forza necessaria a muovere il blocco alla stessa velocità?



Compito 3/5/2019, file C

1. $\dot{V} = 30 \times 10^{-3}\ \frac{m^3}{s} \longrightarrow V_2 = \frac{4\dot{V}}{\pi D^2} = \frac{0.12}{\pi (0.04)} = 0.955\ \frac{m}{s}$

$$P_{1\,gage} + \rho g h_1 = \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g h_2$$

$$\boxed{P_{1\,gage} = \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g (h_2 - h_1) = \frac{1}{2} 10^3 (0.955)^2 + 9810 (6) = 59.3\ kPa}$$

2. $\dot{W}_{elect,\,out} = 120\ kW = 0.8\ |\Delta \dot{E}_{mech,\,in}|$

$\Delta \dot{E}_{mech,\,in} = 150\ kW = \dot{m} g h$

$$\boxed{\dot{m} = \frac{150 \times 10^3}{240 \times 0.3048 \times 9.81} = 209\ \frac{kg}{s} \qquad \dot{V} = 0.209\ \frac{m^3}{s}}$$

3. $P_1 + \frac{1}{2}\rho u_1^2 = \cancel{P_2} + \frac{1}{2}\rho u_2^2 \qquad P_1 = \frac{1}{2}\rho (u_2^2 - u_1^2)$

$u_1 A_1 = u_2 A_2$

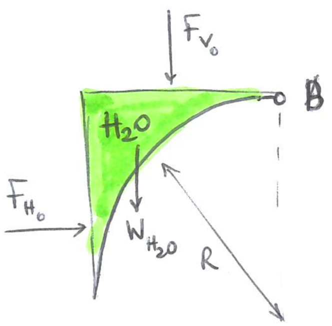
$\sum F_x = -\dot{m} u_2 = -\rho u_2^2 A_2 \qquad u_2^2 = \frac{12}{1.2 \times 3 \times 10^{-3}} = 3333.3\ \frac{m^2}{s^2}$

$$P_1 = \frac{1}{2}\rho u_2^2 \left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right) = \frac{1}{2}\, 1.2 \times 3333.3 \left(1 - \frac{9 \times 10^{-6}}{10^{-4}}\right) = 1820\ Pa$$

4. $0.844 \times 5 + 6 + 1.26 \times 9 = 13.6\ H$

$$\boxed{H = 1.585\ cm}$$

5.



Forze lato acqua:

$$F_y = F_{V_0} + W_{H_2O} = \rho g a (RL) + \left(R^2 - \frac{\pi R^2}{4}\right) L \rho g$$

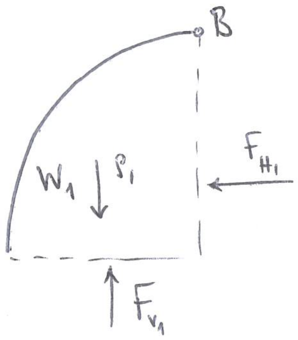
$$= 315.4 \text{ kN}$$

$$F_x = F_{H_0} = \rho g \left(a + \frac{R}{2}\right) RL = 343.35 \text{ kN}$$

$$F_{H_2O} = \left(F_x^2 + F_y^2\right)^{1/2} = 466.2 \text{ kN}$$

braccio di F_{H_2O} rispetto ad B : $R \cos\Big(\underbrace{\tan^{-1} \frac{F_y}{F_x}}_{\alpha = 42.56°}\Big) = 0.7365$ m

$$M_{H_2O} = \boxed{343,35 \times 10^3 \text{ N m}}$$



Forze lato fluido 1:

$$F_y = F_{V_1} - W_1 = \rho_1 g (b + R) RL - \frac{\pi R^2}{4} L \rho_1 g$$

$$= 78480\, b + 16842$$

$$F_x = F_{H_1} = \rho_1 g \left(b + \frac{R}{2}\right) RL = 78480\, b + 39240{,}0$$

Uguagliando le spinte orizzontali dai due lati si trova $\boxed{b = 3.875 \text{ m}}$.

Verificihiamo che tale valore sia corretto; dal lato del fluido 1 si ha

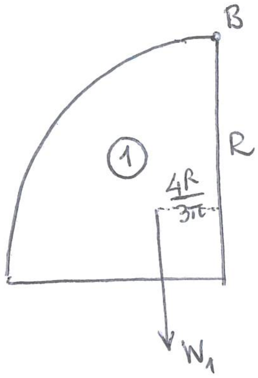
$$F_y = 320952 \text{ N} \qquad \mapsto F = \left(F_x^2 + F_y^2\right)^{1/2} = 470000$$

$$F_x = 343350 \text{ N} \qquad \alpha = \text{atan} \frac{F_y}{F_x} = 43.07°$$

Il braccio della forza lato fluido 1 è: $R \cos\alpha = 0.7305$ m

e il momento equilibrante è: $470 \times 10^3 \times 0.7305 = 343{,}35 \times 10^3$ Nm ✓

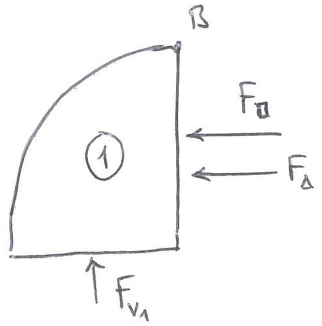
Uno svolgimento diretto richiede la valutazione <u>individuale</u> dei momenti delle singole forze: F_{H_1} (da dividere in $F_{\square}$ e F_{Δ}), F_{V_1} e W_1.



$$M_{W_1} = W_1 \times \frac{4R}{3\pi} = \rho_1 g \frac{\pi R^2}{\cancel{4}} L \frac{\cancel{4}R}{3\cancel{\pi}} = \rho_1 g \frac{R^3 L}{3} = \frac{78480}{3} \text{ Nm}$$

(antiorario)

$$= 26160 \text{ Nm}$$



$$M_{orario} = F_\square \frac{R}{2} + F_\Delta \frac{2}{3} R + F_{V_1} \frac{R}{2} =$$

$$= \rho_1 g b R^2 \frac{L}{2} + \rho_1 g \frac{R^3}{3} L + \rho_1 g (b+R) \frac{R^2 L}{2} =$$

$$= \rho_1 g R^2 L \left(b + \frac{5}{6} R\right) = 78480\, b + 65400$$

(orario)

Il momento totale (orario è quindi): $78480\, b + (+39240)$ Nm

Per bilanciare il momento antiorario (lato acqua) pari a: 343350 Nm

deve essere $\boxed{b = 3.875 \text{ m}}$ ✓

6. $\rho \cancel{g} (20 + 15) = \rho_{unknown} \cancel{g} (60 + 15)$ $\qquad \rho_{unknown} = \frac{1000 \times 35}{75} = 467 \text{ kg/m}^3$

$$\boxed{SG = \frac{467}{1000} = 0.467}$$

7. $u = x \cos(t)$

$v = y \sin(t)$

$$\boxed{\begin{aligned} a_x &= \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \cancel{\frac{\partial u}{\partial y}} = -x \sin(t) + x \cos^2(t) \\ a_y &= \frac{\partial v}{\partial t} + u \cancel{\frac{\partial v}{\partial x}} + v \frac{\partial v}{\partial y} = y \cos(t) + y \sin^2(t) \end{aligned}}$$

Traiettorie: $\frac{dx}{u} = dt \longrightarrow \frac{dx}{x} = \cos(t)\, dt \longrightarrow x = x_0 e^{\sin(t)}$

$\frac{dy}{v} = dt \longrightarrow \frac{dy}{y} = \sin(t)\, dt \longrightarrow y = y_0 e^{1 - \cos(t)}$

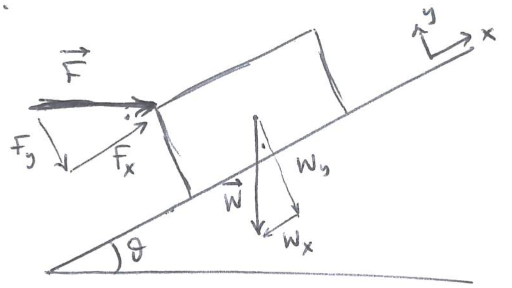
@ $t = 0$: $x = x_0$, $y = y_0$

$\dot{x} = x_0 \cos(t) e^{\sin(t)}$ $\qquad \ddot{x} = -x_0 \sin(t) e^{\sin(t)} + x_0 \cos^2(t) e^{\sin(t)} \Rightarrow a_x = -x \sin t + x \cos^2 t$

$\dot{y} = y_0 \sin(t) e^{1-\cos(t)}$ $\qquad \ddot{y} = y_0 \cos(t) e^{1-\cos(t)} + y_0 \sin^2(t) e^{1-\cos(t)} \Rightarrow a_y = y \cos t + y \sin^2 t$

✓

8.



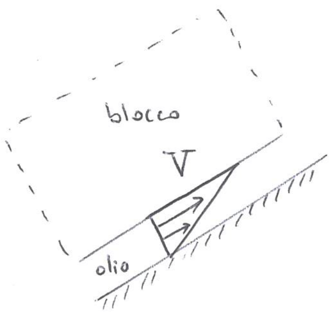
$$F_x = F\cos\vartheta \; ; \; F_y = -F\sin\vartheta$$

$$W_x = -W\sin\vartheta \; ; \; W_y = -W\cos\vartheta$$

$$F_{attrito\ radente} = -\mu \left| F_y + W_y \right|$$

Bilancio delle forze lungo x : $F\cos\vartheta - W\sin\vartheta - \mu\left(F\sin\vartheta + W\cos\vartheta\right) = 0$

$$\boxed{F = \frac{W\left(\sin\vartheta + \mu\cos\vartheta\right)}{\cos\vartheta - \mu\sin\vartheta} = 105.5 \text{ N}}$$



$$\tau_w = \mu \frac{V}{h} \qquad F_{viscosa} = \tau_w A = 33 \times 0.5 \times 0.2 = 3.3 \text{ N}$$

Bilancio lungo x : $F\cos\vartheta = F_{viscosa} + W\sin\vartheta$

$$\boxed{F = 58.1 \text{ N}}$$

La variazione percentuale è : $\dfrac{58.1 - 105.5}{105.5} = \boxed{-44.9\%}$