

# Compitino di Meccanica dei Fluidi, 18/6/2019

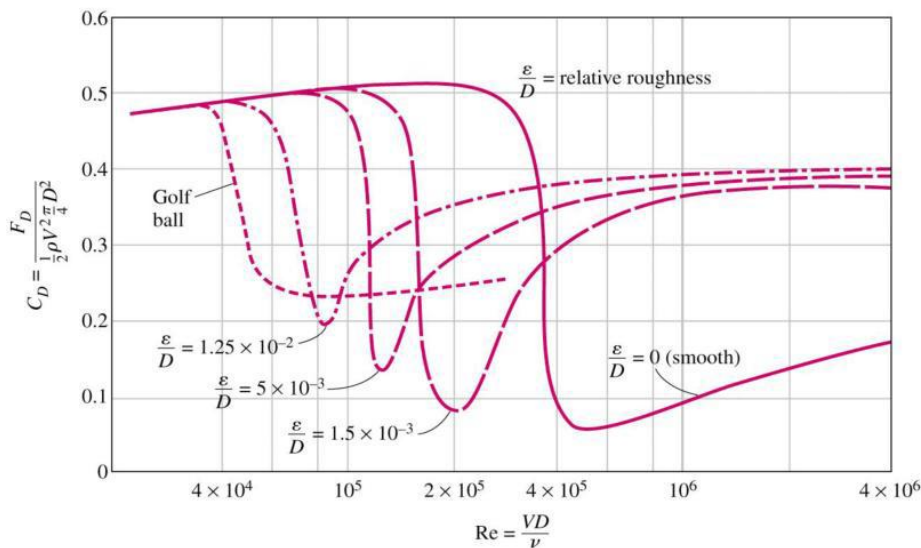
1 foglio aiuti ammesso, più diagramma di Moody

fila A

## Esercizio 1

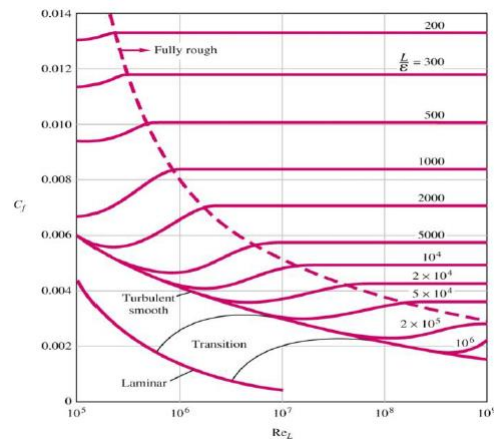
Si consideri un fluido di cui si vuole conoscere la viscosità. Per far ciò si usano delle biglie di vetro che vengono fatte cadere nel fluido e si misura la velocità limite di affondamento. La densità del fluido e del vetro sono, rispettivamente, 1000 e 2000 kg/m<sup>3</sup>.

- Usando delle biglie sferiche di raggio pari ad 1 cm, qual è la viscosità dinamica minima che si può misurare perché il moto rimanga un moto di Stokes? [2.088 Pa s]
- Quanto vale la velocità di affondamento in tale limite, per il valore trovato di viscosità minima? [0.104 m/s]
- Si mantengano ora le stesse biglie di vetro, ma si cambi il fluido e se ne consideri uno di densità pari a 1000 kg/m<sup>3</sup> e viscosità pari a 0.852 x 10<sup>-4</sup> Pa s. Quanto valgono adesso la velocità limite di affondamento, il numero di Reynolds, Re, e il coefficiente di resistenza, C<sub>D</sub>? [0.716 m/s; 1.68 x 10<sup>5</sup>; 0.51]



## Esercizio 2

Dell'aria ( $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ) scorre sopra una lastra piana lunga  $L = 3 \text{ m}$  di profondità unitaria, di scabrezza  $\epsilon = 3 \text{ mm}$ , con velocità  $U = 5 \text{ m/s}$ . Si valuti il coefficiente di attrito globale sulla lastra nel caso laminare e nel caso turbolento. Le correlazioni per i coefficienti di attrito locale  $C_{fx}$  per uno strato limite in assenza di gradiente di pressione sono  $C_{fx} = 0.664/\text{Re}_x^{1/2}$  (caso laminare) e  $C_{fx} = 0.059/\text{Re}_x^{1/5}$  (caso turbolento). Usando tali correlazioni si verifichi se i valori letti precedentemente sul grafico sono accurati, e si giustifichino eventuali differenze.



[Dal grafico:  $C_{f \text{ lam}} = 0.0013$ ;  $C_{f \text{ turb}} = 0.084$ . Dalle correlazioni:  $C_{f \text{ lam}} = 0.0013$ ;  $C_{f \text{ turb}} = 0.0047$ ; differenza dovuta all'asperità della parete]

### Esercizio 3

Un moto piano ed irrotazionale è formato dalla somma di un moto uniforme in direzione  $x$ , più un pozzo nell'origine degli assi. Si faccia uno schizzo delle linee di corrente, mettendo bene in evidenza eventuali punti particolari (punti sella o punti di ristagno). Si chiede poi di calcolare le coordinate di tali punti (o di tale punto) per il caso in cui la portata (per unità di profondità) del fluido che entra nel pozzo è uguale a  $\dot{V}/L = 628 \text{ m}^2/\text{s}$  e la velocità del moto uniforme è  $U = 10 \text{ m/s}$ . Si calcoli infine il valore della funzione di corrente per la linea di corrente che passa per i punti (o il punto) di cui sopra.

$$[(x, y)_{\text{ristagno}} = (10, 0)\text{m}; \psi_{\text{ristagno}} = 0 \text{ (ponendo a zero la costante di integrazione)}]$$

### Esercizio 4

Si consideri il moto incomprimibile, stazionario ed assial-simmetrico che si forma nello spazio tra due cilindri concentrici infinitamente lunghi, di raggi pari a  $R_1$  e  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ). Il moto viene prodotto dalla rotazione del cilindro esterno a velocità angolare  $\omega$ . Dopo aver trovato  $u_\theta(r)$ , si calcoli la distribuzione di pressione (dovuta a cosa?), trascurando la forza di gravità.

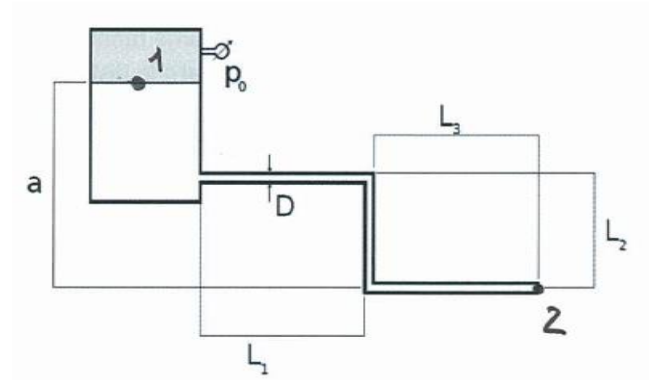
$$[u_\theta = A/r + Br, p = p(Cr^2 + D \ln r + E/r^2 + F)]$$

### Esercizio 5

Dato l'impianto idraulico in figura, dimensionare il diametro  $D$  della condotta necessario a far defluire una portata volumetrica d'acqua pari a  $400 \text{ l/s}$ . Sia  $p_0 = 10^4 \text{ Pa}$  la pressione relativa all'interno del serbatoio ed  $\varepsilon = 0.1 \text{ mm}$  la scabrezza dei condotti. Il problema deve essere risolto fino ad ottenere un valore del diametro (in metri) corretto fino alla seconda cifra decimale.

Dati:  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $K_{L \text{ imbocco}} = 0.5$ ,  $K_{L \text{ gomito}} = 1$ ,  $a = 4 \text{ m}$ ,  $L_1 = 13 \text{ m}$ ,  $L_2 = 2 \text{ m}$ ,  $L_3 = 25 \text{ m}$ .

[0.343 m]



### Esercizio 6

In una galleria del vento si vuole usare un modello a grandezza doppia per valutare la resistenza  $F_D$  di un mini-drone con dimensione caratteristica  $L_p = 10 \text{ cm}$  che dovrà viaggiare in aria alla velocità  $U_p = 40 \text{ km/h}$ . Se il test viene eseguito a velocità  $U_m = 20 \text{ km/h}$  e in galleria si misura una forza pari a  $100 \text{ N}$ , determinare la potenza minima che il motore del mini-drone dovrà erogare. Qual è il rapporto tra le scale di tempo caratteristiche dei fenomeni fluidodinamici nel modello e nel prototipo?

Nota: si considerino le stesse proprietà termofisiche dell'aria per modello e prototipo.

[1.11 KW,  $\tau = 4$ ]

# Compitino di Meccanica dei Fluidi, 18/6/2019

1 foglio aiuti ammesso, più diagramma di Moody

fila B

## Esercizio 1

Un profilo di strato limite (con velocità esterna  $U_\infty$  costante) può essere approssimato da un profilo lineare a pezzi del tipo  $\frac{u}{U_\infty} = \eta$  oppure  $\frac{u}{U_\infty} = 2\eta - \eta^2$  per  $\eta \leq 1$ , e  $\frac{u}{U_\infty} = 1$  per  $\eta \geq 1$  (con  $\eta = \frac{y}{\delta_{99}}$ ). Si disegnino i due profili di velocità e si calcoli lo spessore di spostamento e lo spessore di quantità di moto per le due approssimazioni di cui sopra. Quale caso approssima meglio lo strato limite laminare di Blasius?

$$[\delta^*_A = 0.5 \delta_{99}, \theta_A = 0.166 \delta_{99}; \delta^*_B = 0.333 \delta_{99}, \theta_B = 0.133 \delta_{99}; \delta^*_{Blasius} = 0.350 \delta_{99}, \theta_{Blasius} = 0.135 \delta_{99}]$$

## Esercizio 2

Si vogliono dimensionare i motori di un piccolo sottomarino che deve operare in zona costiera, quindi in vicinanza della superficie libera del mare. La velocità di punta del sottomarino deve essere pari a 12 nodi (1 nodo nautico = 1.852 km/h). Si decide di operare una similitudine parziale (quale?) testando un modello del sottomarino in galleria del vento per stimare la resistenza di attrito, e una seconda similitudine parziale (quale?) testando un secondo modello in canale idrodinamico per valutare la resistenza d'onda.

Per le prove in galleria del vento si usa un modello in scala 1:1 e si misura una resistenza di attrito pari a 1300 N. Quanto vale la resistenza di attrito nel prototipo? [similitudine Re; 4815 N]

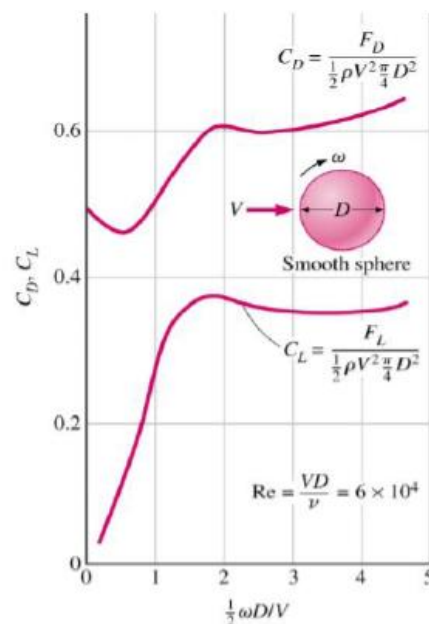
Per le prove in vasca si usa un modello in scala 1:25 e si misura una resistenza d'onda pari a 0.2 N. Quanto vale la resistenza d'onda nel prototipo? [similitudine Fr; 3123 N]

Si stimi la potenza massima che devono erogare i motori del sottomarino. [49 kW]

Dati:  $v_{aria} = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $v_{H_2O} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\rho_{aria} = 1.2 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

## Esercizio 3

Una pallina di diametro  $D = 9 \text{ cm}$  si sposta in aria a  $10 \text{ m/s}$  ruotando attorno al proprio asse a frequenza  $f = 41.7 \text{ Hz}$ . Usando i dati per l'aria dell'esercizio 2, si valuti la resistenza incontrata dalla pallina nel suo movimento e la forza di portanza sulla pallina. [ $F_D = 0.20 \text{ N}$ ,  $F_L = 0.126 \text{ N}$ ]



#### Esercizio 4

Un moto piano, incomprimibile ed irrotazionale è descritto da  $\psi = C x y$  (con  $C$  costante positiva). Si calcoli la funzione potenziale di velocità, le componenti del vettore velocità, la pressione, e si faccia uno schizzo delle linee di corrente (indicando il verso del moto) e delle linee equipotenziali nel quarto di piano  $x \geq 0, y \geq 0$ . Infine, si dimostri che per tale moto le linee di corrente e le linee equipotenziali sono ortogonali tra loro.

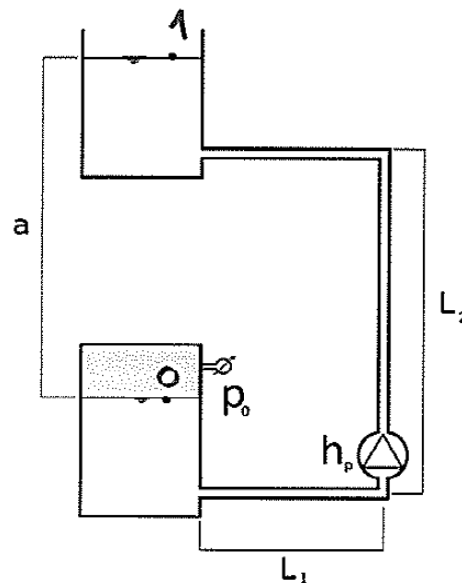
$$[u = C y, v = C x, \phi = C(x^2 - y^2)/2, p = -r C^2(x^2 + y^2)/2 + k]$$

#### Esercizio 5

Dato l'impianto idraulico in figura, calcolare la prevalenza  $h_p$  della pompa necessaria a far defluire una portata pari a 400 l/s di un certo fluido ( $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3, \nu = 1.273 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ) dal serbatoio inferiore (in pressione) a quello superiore. Sia  $p_0 = 10^4 \text{ Pa}$  la pressione relativa all'interno del serbatoio in pressione,  $\varepsilon = 2 \text{ mm}$  la scabrezza della condotta. Considerando che la potenza elettrica assorbita dalla pompa è pari a 400 kW, quanto vale il rendimento della pompa?

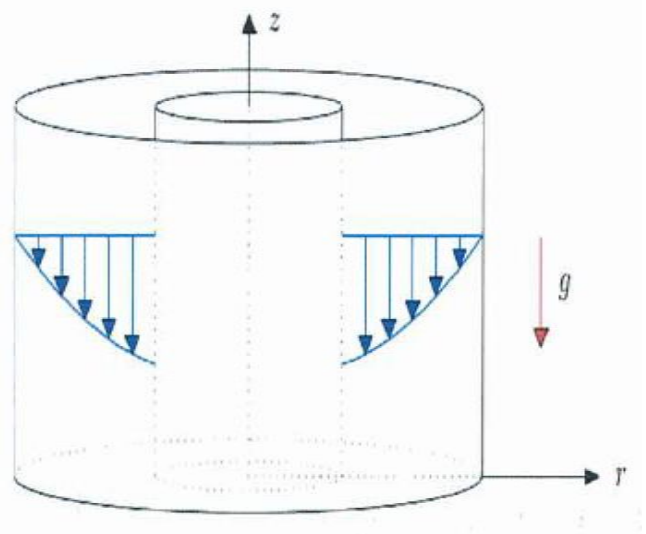
Dati:  $K_{L \text{ imbocco}} = 0.5, K_{L \text{ gomito}} = 1.1, K_{L \text{ sbocco}} = 1, a = 10 \text{ m}, L_1 = 5 \text{ m}, L_2 = 20 \text{ m}, D = 0.2 \text{ m}$  (diametro della condotta).

[85%]



#### Esercizio 6

Si consideri il moto laminare, stazionario, assial-simmetrico e completamente sviluppato di un fluido incomprimibile che si trova nell'interstizio tra un cilindro cavo infinito di raggio  $b$  e una sbarra cilindrica di raggio  $a$ , piazzata al suo interno e libera di cadere per effetto del suo peso mantenendosi coassiale al canale. Non ci sono gradienti di pressione imposti nel dominio fluido. Dopo aver trovato la distribuzione di velocità del fluido nell'interstizio,  $u_z = u_z(r)$ , si trovi la velocità di caduta della sbarra per i seguenti dati:  $a = 1 \text{ mm}, b = 2 \text{ mm}, \rho_{\text{sbarra}} = 2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, \rho_{\text{fluido}} = 10^3 \text{ kg/m}^3, \mu_{\text{fluido}} = 10^{-3} \text{ Pa s}$ .



Nota: per trovare la velocità limite di caduta si dovrà fare un bilancio delle forze sulla sbarra.

$$[u_z = g r^2/4\nu + A \ln r + B; U_{\text{caduta}} = 7.36 \text{ m/s}]$$

# Compitino di Meccanica dei Fluidi, 18/6/2019

1 foglio aiuti ammesso, più diagramma di Moody

fila C

## Esercizio 1

Si vuole sviluppare un micro-drone ad ali battenti che deve volare a velocità di punta pari a 4 m/s quando le ali battono ad una frequenza di 30 Hz. Viene sviluppato un modello in scala 2:1 da testare in galleria del vento. Le proprietà termofisiche dell'aria sono le stesse per modello e prototipo. Qual è la scala di riduzione dei tempi tra modello e prototipo? Se in galleria del vento si misura una resistenza di 8 N, quanto sarà la potenza necessaria a vincere la resistenza aerodinamica del prototipo? Perché, in realtà, il motore del prototipo dovrà essere in grado di erogare una potenza molto maggiore di quella trovata?

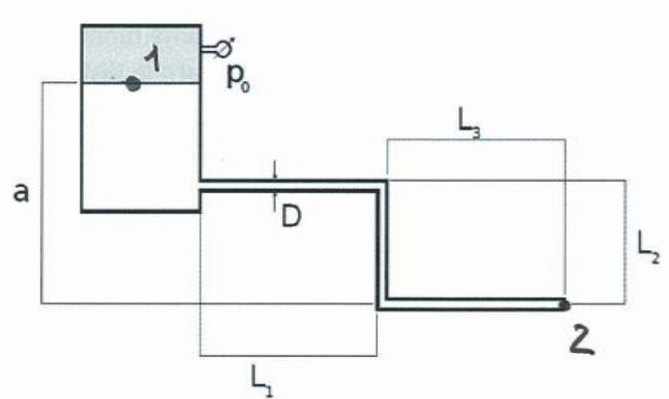
$$[\tau = 4; \dot{W} = 32 \text{ W}]$$

## Esercizio 2

Dato l'impianto idraulico in figura, dimensionare il diametro  $D$  della condotta necessario a far defluire una portata volumetrica d'acqua pari a 80 l/s. Sia  $p_0 = 10^5$  Pa la pressione relativa all'interno del serbatoio ed  $\varepsilon = 1$  mm la scabrezza dei condotti. Il problema deve essere risolto fino ad ottenere un valore del diametro (in metri) corretto fino alla seconda cifra decimale.

Dati:  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $K_{L \text{ imbocco}} = 0.5$ ,  $K_{L \text{ gomito}} = 1$ ,  $a = 10 \text{ m}$ ,  $L_1 = 12 \text{ m}$ ,  $L_2 = 6 \text{ m}$ ,  $L_3 = 22 \text{ m}$ .

$$[0.136 \text{ m}]$$



## Esercizio 3

Dalla ciminiera di un impianto fuoriescono piccole particelle di polvere. Tali particelle sono approssimativamente sferiche, di raggio pari a circa  $10^{-6} \text{ m}$ . La densità delle particelle è di  $1300 \text{ kg/m}^3$ ; la viscosità dell'aria vale  $1.7 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$  e la sua densità è di  $1.25 \text{ kg/m}^3$ . Specificando le ipotesi fatte, si calcoli la velocità terminale delle particelle.

$$[1.67 \times 10^{-4} \text{ m/s}; \text{Re} = 2.46 \times 10^{-5} \ll 1]$$

## Esercizio 4

Un cilindro di raggio  $R$  che ruota con velocità angolare costante viene investito da un flusso uniforme di velocità  $V$ . Il flusso attorno al cilindro può essere descritto dalla funzione di corrente

$$\psi = V r \sin \theta \left( 1 - \frac{R^2}{r^2} \right) - \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \frac{r}{R} \quad (\Gamma > 0),$$

somma di un moto uniforme, più una doppietta, più un vortice che circola in verso antiorario.

1. Trovare le coordinate dei punti di ristagno sulla superficie del cilindro (per il caso in cui  $0 < \Gamma < 4\pi VR$ ).  
[ $r = R, \theta = \arcsin(\Gamma/(4\pi VR))$ ]
2. Cosa succede quando  $\Gamma = 4\pi VR$ ?  
[punti di ristagno coincidono in  $\theta = \pi/2$ ]
3. Si calcoli  $[p(R) - p_\infty]$  e, integrando tale quantità sulla superficie del cilindro, si trovino le espressioni di resistenza e portanza.  
[ $F_D = 0, F_L = -\rho V \Gamma$ ]

### Esercizio 5

Si consideri il moto incomprimibile, stazionario ed assial-simmetrico che si forma nello spazio tra due cilindri concentrici infinitamente lunghi, di raggi pari a  $R_1$  e  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ). Il moto viene prodotto dal movimento assiale del cilindro esterno a velocità  $U$ , in assenza di gradienti di pressione imposti e trascurando il termine gravitazionale. Dopo aver trovato la componente assiale di velocità,  $u_z(r)$ , nell'ipotesi di moto completamente sviluppato, si calcoli lo sforzo di taglio  $\tau_{rz}$  sulle due pareti.

$$\left[ u_z = \frac{\ln\left(\frac{r}{R_1}\right)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}, \tau_{rz} = \frac{\mu U / r}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \right]$$

### Esercizio 6

Si consideri il profilo di strato limite approssimato dall'equazione:  $\frac{u}{U_\infty} = -2\eta^3 + 3\eta^2$  per  $\eta \leq 1$ , e  $\frac{u}{U_\infty} = 1$  per  $\eta \geq 1$  (con  $\eta = \frac{y}{\delta_{99}}$ ). Si disegni tale profilo e si discuta il particolare tipo di strato limite che si sta osservando. Quanto vale il coefficiente di attrito locale? Calcolare gli spessori di spostamento e di quantità di moto.

$$[\delta^* = \delta_{99}/2, \theta = 9 \delta_{99}/70, C_f = 0]$$