$SG = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}}$ SG: specific gravity $\gamma = \rho g$ PESO SPECIFICO

Gas perfetti : $P = \rho R T$ $R = \frac{R_u}{M} = \frac{\text{costante universale}}{\text{massa molare}} = \frac{8.31447 \frac{kJ}{kmole\, k}}{M}$

es. aria : $M = 28.97 \frac{kg}{kmole}$

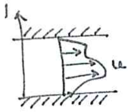
$\rightarrow R = 0.2870 \frac{kJ}{kg\, k}$

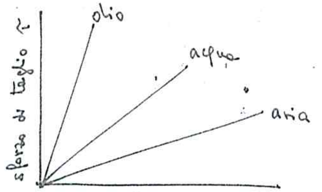
$\rho = \rho(T, P)$ $d\rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T dp = -\rho \beta\, dT + \frac{\rho}{K} dp$

$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P$ coef. dilatazione cubica $\beta_{gas\ perfetto} = \frac{1}{T}$

$K = \rho\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T$ coef. comprimibilità $K_{gas\ perfetto} = P$

Viscosità :





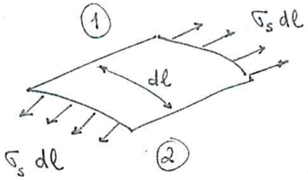
$\tau = \mu \frac{du}{dy}$

μ = viscosità dinamica $[Pa \cdot s]$

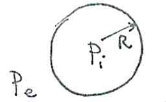
$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ viscosità cinematica

Tensione di superficie : $\sigma_s \left[\frac{N}{m}\right]$

forza di origine microscopica che tende a minimizzare l'area dell'interfaccia tra due fluidi diversi, non miscibili, in contatto

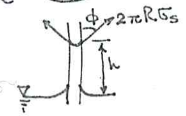


Legge di Laplace (bolla sferica):



$P_i - P_e = \frac{2\sigma_s}{R}$

Risalita capillare
(per adesione del fluido alle pareti)

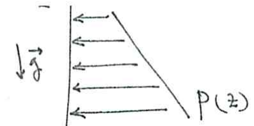


$2\pi R\, \sigma_s \cos\phi = \rho g (\pi R^2 h)$

ϕ: angolo di contatto

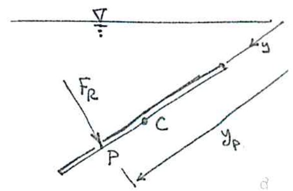
$P_{gage} = P - P_{atm}$

STATICA : $\frac{dP}{dz} = -\rho g$



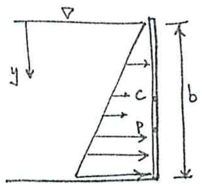
SPINTE SU SUP. PIANE IMMERSE : $F_R = P_c A$

RISULTANTE   PRESSIONE NEL BARICENTRO



La risultante F_R agisce nel centro di spinta P

$y_P = y_c + \frac{I_{xx,c}}{y_c A}$ $I_{xx,c}$: momento di inerzia della superficie rispetto alla retta di sponda (tabulato)

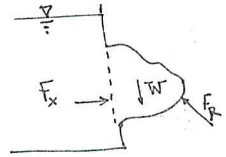


Per sup. rettangolare (altezza b, apertura a, $A = ab$)

$F_R = \rho g \frac{b}{2}(ab)$ $I_{xx,c} = \frac{ab^3}{12}$

$y_c = \frac{b}{2}$ $y_P = \frac{b}{2} + \frac{ab^3/12}{\frac{b}{2} ab} = \frac{2}{3} b$

SPINTA SU SUP. GOBBE :



Si isola il blocco di liquido e si bilanciano le forze per imporre l'equilibrio.

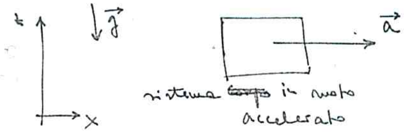
Es. $F_H = F_x$
$F_V = W$

$F_R = (F_H, F_V)$

Forze su corpi immersi : Archimede

$F_A = \rho_{fluido} V_{corpo}\, g$

Statica ~~per corpi~~ dei fluidi in sistemi di riferimento non inerziali



$\vec{\nabla} P = -\rho g \vec{k} - \rho \vec{a}$ $\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$

es. $\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$; $\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho a$; $\frac{\partial P}{\partial z} = 0$

CINEMATICA DEI FLUIDI

$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})$ derivata materiale

ex. $\frac{DB}{Dt} = \frac{\partial B}{\partial t} + u\frac{\partial B}{\partial x} + v\frac{\partial B}{\partial y} + w\frac{\partial B}{\partial z}$ = Variazione di B seguendo la particella fluida nel suo moto

Linee di corrente : in ogni punto tangenti al vettore velocità istantanea

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \qquad \frac{dr}{u_r} = \frac{r\,d\theta}{u_\theta} = \frac{dz}{u_z}$$

Traiettorie : percorso seguito dalle particelle fluide nel tempo

$$\frac{dx}{u} = dt \quad \longrightarrow \quad x - x_0 = \int_0^t u\,dt$$

$$\frac{dy}{v} = dt \qquad y - y_0 = \int_0^t v\,dt \qquad (x_0, y_0, z_0) \text{ posizione iniziale}$$

$$\frac{dz}{w} = dt \qquad z - z_0 = \int_0^t w\,dt$$

Linee di fumo : luogo dei punti in cui si trovano particelle emesse da un punto dato in istanti precedenti a T_{finale}

$$\int_{x_{dato}}^{x} dx = \int_{t}^{T_{finale}} u\,dt$$

Tensore velocità di deformazione (coordinate cartesiane) $\vec{\vec{E}}$: componenti $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$

ε_{ii} = velocità di deformazione lineare (componenti diagonali)

$$\underbrace{tr(\vec{\vec{E}})}_{\text{traccia del tensore}} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = \frac{1}{V}\frac{DV}{Dt} = 0 \quad \text{(per fluido in moto incomprimibile)}$$

V : volume di sistema fluido

Vorticità : $\vec{\zeta} = \vec{\nabla} \times \vec{V}$

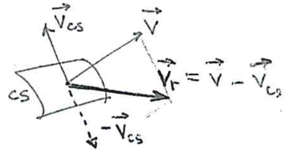
Es. moto 2D, coord. cartesiane : $\vec{\zeta} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)\vec{k}$

Circolazione : (o circuitazione) $\Gamma = \oint \vec{V} \cdot d\vec{\ell}$ integrale su circuito chiuso percorso in verso antiorario, $d\vec{\ell}$ = elemento circuito

Teorema di Stokes : $\Gamma = \int_A \vec{\zeta} \cdot \vec{n}\,dA$. $\vec{n}$: normale all'area A che si appoggia sul circuito chiuso

Teorema del trasporto di Reynolds: sys $\longrightarrow$ CV

$$\frac{dB_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{CV} \rho b\,dV + \int_{CS} \rho b\,\vec{V}_r \cdot \vec{n}\,dA$$



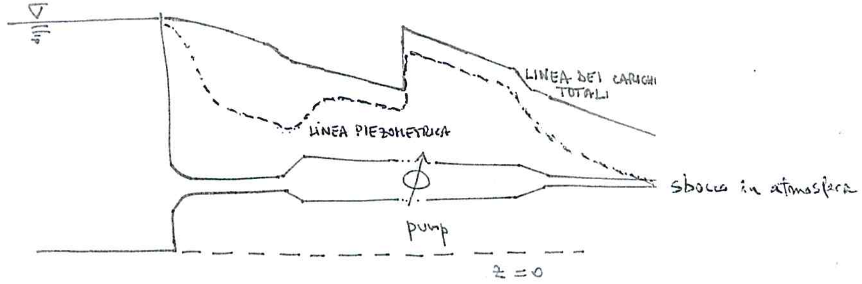
B : quantità estensiva

b : quantità intensiva corrispondente

Eq. integrali : conservazione della massa : $\frac{d}{dt}\int_{CV} \rho\,dV = \sum_{in} \dot{m} - \sum_{out} \dot{m}$

eq. di Bernoulli : (valida su una linea di corrente, in assenza di attriti)

$$\int \frac{dP}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{costante}$$



(piano di riferimento arbitrario)

eq. dell'energia : $\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \underbrace{h_{pump,u}}_{\text{prevalenza pompa}} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \underbrace{h_{turbine,e}}_{\text{salto utile turbina}} + h_L$ ← perdite

①: monte ②: valle

eq. q. di moto : $\sum \vec{F}_{ext}$ = forze di pressione, di superficie legate alla viscosità, di volume (es. gravità), etc. =

$$= \frac{d}{dt}(m\vec{V})_{sys} = \frac{d}{dt}\int_{CV} \rho\vec{V}\,dV + \int_{CS} \rho\vec{V}(\vec{V}_r \cdot \vec{n})\,dA$$

$$\Longrightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \frac{d}{dt}\int_{CV} \rho\vec{V}\,dV + \sum_{out} \beta\dot{m}\vec{V} - \sum_{in} \beta\dot{m}\vec{V}$$

$\beta \sim 1.1$ moto turbolento

$\beta = \frac{4}{3}$ moto laminare in condotto cilindrico

Rendimento: $\eta_{mech} = \frac{\dot{W}_{mech,out}}{\dot{W}_{mech,in}}$

$$\eta_{pump} = \frac{\Delta\dot{E}_{mech,fluid}}{\dot{W}_{elect,in}} \qquad \eta_{turbine} = \frac{\dot{W}_{elect,out}}{|\Delta\dot{E}_{mech,in}|}$$