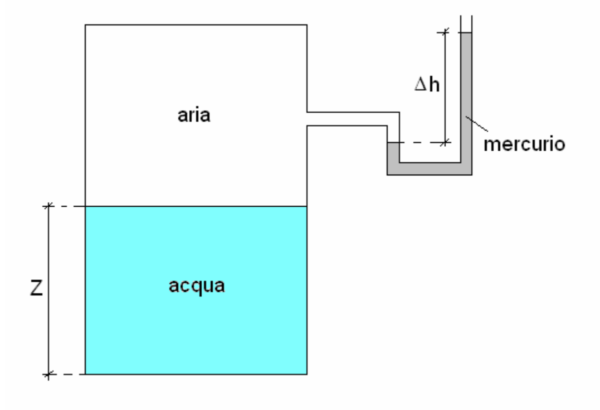
ESEMPIO

Calcolare la pressione relativa sul fondo del serbatoio di figura. Dati: Δh=20cm, Z=0.5 m, ρ_{acqua}=998 kg/m^3, $\rho_{mercurio}$=13546 kg/m^3.



Soluzione.

Calcolo le pressioni su ogni interfaccia:

$p_{rel}=p_{ext}=0$ Pa

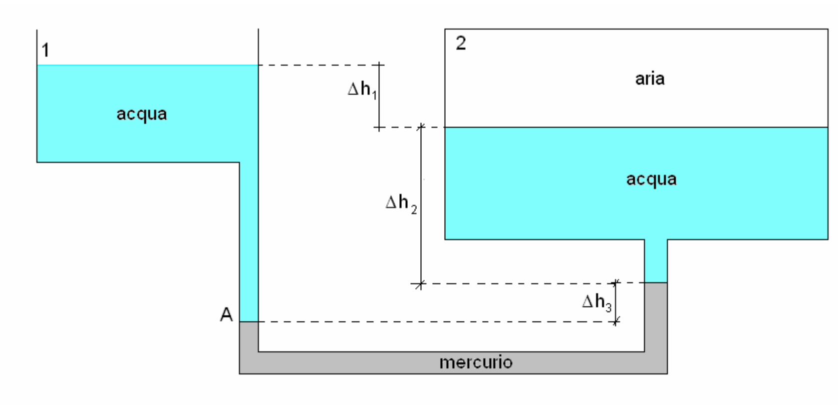
$p_{aria/mercurio}=p_{ext}+\rho_{Hg}\, g\, \Delta h=$ 26577 Pa

$p_{aria/acqua}=p_{aria/mercurio}=$ 26577 Pa

$p_{fondo}= p_{aria/acqua}-\rho_{acqua}\, g\, Z= p_{ext}+\rho_{Hg}\, g\, \Delta h +\rho_{acqua}\, g\, Z=$ 31472 Pa=31.5 kPa

ESEMPIO

Calcolare la pressione dell'aria nel serbatoio chiuso indicato in figura. Dati: Δh_1=1.5 m, Δh_3=0.1 m, ρ_{acqua}=998 kg/m^3, $\rho_{mercurio}$=13546 kg/m^3.



Soluzione.

Per l'equilibrio delle pressioni sull'interfaccia A, deve risultare:

$p_1+\rho_{acqua} g\, (\Delta h_1 + \cancel{\Delta h_2} + \Delta h_3)= p_2+\cancel{\rho_{acqua} g\, \Delta h_2}+\rho_{mercurio}\, g\, \Delta h_3$

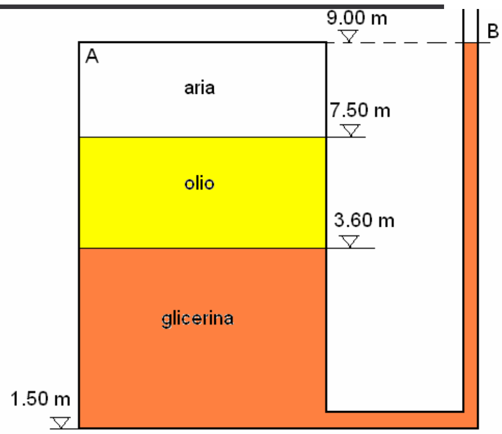
da cui

$p_2 = p_1+\rho_{acqua} g\, (\Delta h_1 + \Delta h_3) - \rho_{mercurio}\, g\, \Delta h_3 =998\ 9.81\ 1.6 -13546\ 9.81\ 0.1 = 2376$ Pa

$(p_1=p_{rel1}=0)$

ESEMPIO

Che pressione (relativa) è necessaria in A per far salire il livello della glicerina nel tubo fino alla quota B (9.00 m)? Dati: γ_{olio}=8161 N/m^3, $\gamma_{glicerina}$=12262 N/m^3



Soluzione

Per l'equilibrio delle pressioni sull'interfaccia glicerina/olio, deve risultare:

$p_A+\rho_{olio} g\, (7.5-3.6)m= p_B+\rho_{glicerina}\, g\, (9-3.6)$ m

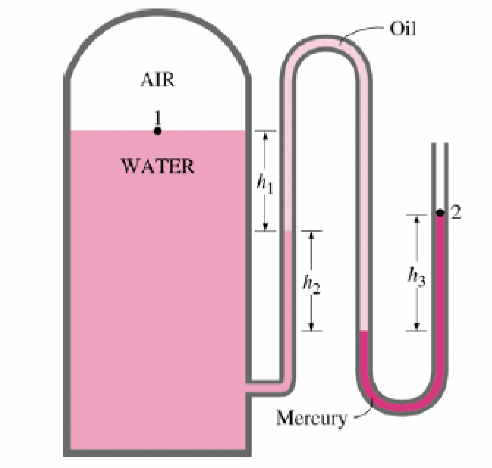
da cui

$p_A = p_B+\gamma_{glicerina}\, (5.4 \text{ m}) - \gamma_{olio}\ 3.9$ m$=12262\ 5.4 -8161\ 3.9 = 34.4$ kPa

$(p_B=p_{relB}=0)$

ESEMPIO

Un serbatoio situato in una zona di montagna ad un'altitudine di 1400 m, alla quale la pressione atmosferica vale 856 hPa, contiene acqua e aria in pressione. Al serbatoio è collegato un manometro semplice a più fluidi (densità fluidi: ρ_{olio}=850 kg/m^3, ρ_{Hg}=13600 kg/m^3, ρ_{acqua}=1000 kg/m^3).
a) Determinare la pressione dell'aria nel serbatoio essendo h_1=0.1 m, h_2= 0.2 m e h_3=0.35 m.
b) Se Il mercurio fosse sostituito da acqua di mare (densità 1030 kg/m^3) quale sarebbe l'altezza h_3?
R:a) 1296hPa; b) 4.1 m



Soluzione

a) Calcolo le pressioni su ogni interfaccia tra fluidi diversi:
$p_2=p_{atm}$ =856 hPa
$p_{Hg/olio}=p_2+\rho_{Hg}\, g\, h_3$= 1323 hPa
$p_{olio/acqua}=p_{Hg/olio}-\rho_{olio}\, g\, h_2= p_2+\rho_{Hg}\, g\, h_3-\rho_{olio}\, g\, h_2$= 1306 hPa
$p_{acqua/aria}=p_1= p_{olio/acqua}-\rho_{acqua}\, g\, h_1= p_2+\rho_{Hg}\, g\, h_3-\rho_{olio}\, g\, h_2-\rho_{acqua}\, g\, h_1$= 1296 hPa

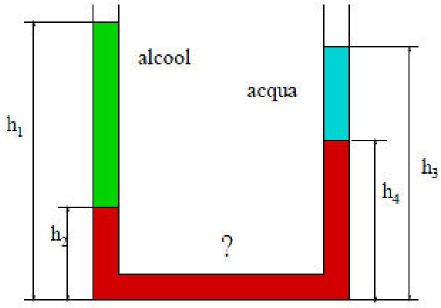
b) La relazione precedente può essere riscritta come:

$$p_1= p_2+\rho_{mare}\, g\, h_x-\rho_{olio}\, g\, h_2-\rho_{acqua}\, g\, h_1$$

dove p_1 e p_2 sono note e calcolo $h_x= (p_1- p_2+\rho_{olio}\, g\, h_2+\rho_{acqua}\, g\, h_1)/(\rho_{mare}\, g)$=4.1 m

ESEMPIO

Dato il dispositivo in figura, calcolare la densità del fluido incognito. Come cambierebbero i livelli se tale dispositivo fosse trasportato sulla luna?



$h_1 = 40$ cm $\quad h_2 = 16$ cm $\quad h_3 = 32$ cm
$h_4 = 21$ cm $\quad \rho_{\text{acqua}} = 1000\ \text{Kg/m}^3 \quad \rho_{\text{alcool}} = 780\ \text{Kg/m}^3$

Soluzione

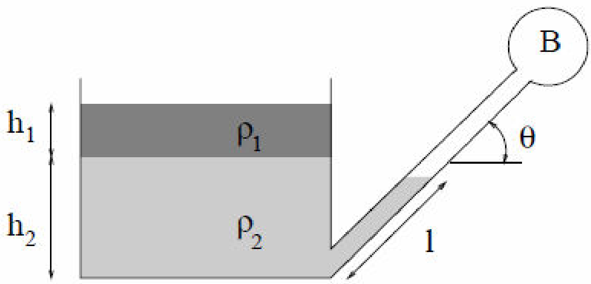
Per l'equilibrio deve risultare:

$$g\rho_{\text{alcool}}(h_1 - h_2) + g\rho h_2 = \rho_{\text{acqua}}(h_3 - h_4) + g\rho h_4,$$

poiché il termine g si semplifica a primo e secondo membro, la configurazione di equilibrio e' indipendente dal valore della gravità e quindi sulla luna non cambierebbe nulla. Dalla relazione precedente si può calcolare ρ ottenendo $\rho = 1544\ \text{Kg/m}^3$.

ESEMPIO

Dato il dispositivo in figura calcolare l'angolo θ in modo da avere all'equilibrio nel tubo inclinato una colonna di fluido di lunghezza l.



$h_1 = 22$ cm $\quad h_2 = 86$ cm
$\rho_1 = 10870\ \text{Kg/m}^3 \quad \rho_2 = 11030\ \text{Kg/m}^3$
$p_B = 1.7$ atm $\quad l = 0.6$ m

Soluzione

Dall'equilibrio delle pressioni tra la superficie libera ed il punto B si scrive

$$p_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = l \sin\theta \rho_2 g + p_b$$

da cui si ricava

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{p_0 + g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) - p_B}{l\rho_2 g}\right) = 44^o.62.$$

ESEMPIO

(COMPITINO MECC. FLUIDI ME-CH AA. 2009-2010)

Un liquido di densità ρ scorre in un tubo orizzontale in cui è installata una lastra forata. Attraverso il foro della lastra c'è una caduta di pressione $p_A - p_B$ (in corrispondenza dell'asse del condotto) che può essere misurata tramite il manometro (aperto) che registra l'altezza Δh, oppure tramite il manometro (chiuso) contenente un liquido di densità ρ_m, che registra un'altezza pari a Δh_m. Trovare $p_A - p_B$ e Δh in funzione di Δh_m.

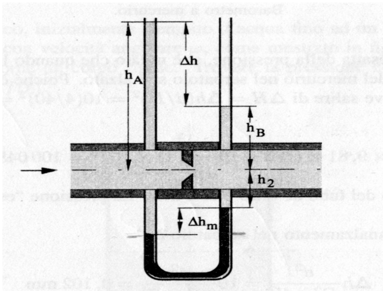


Figura 3.3
Misura di pressione.

Soluzione

Per il manometro aperto:

$p_A = p_{atm} + \rho g h_A$

$p_B = p_{atm} + \rho g h_B$

da cui

$p_A - p_B = \rho g (h_A - h_B) = \rho g \Delta h$ a)

Per il manometro chiuso:

$p_B = p_A + \rho g (h_2 + \Delta h_m) - \rho_m g \Delta h_m - \rho g h_2 = p_A + \rho g \Delta h_m - \rho_m g \Delta h_m$

da cui

$p_A - p_B = g \Delta h_m (\rho_m - \rho)$

Ricordando la a) si ottiene:

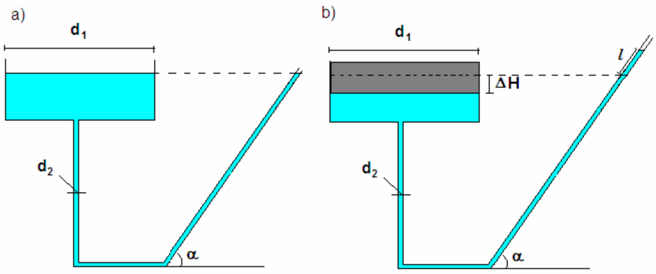
$\rho g \Delta h = g \Delta h_m (\rho_m - \rho)$ da cui $\Delta h = \Delta h_m (\rho_m - \rho)/\rho$

ESEMPIO

(COMPITINO MECC. FLUIDI ME-CH AA. 2009-2010)

Un serbatoio cilindrico di acqua di diametro d_1 è collegato ad un tubo di diametro d_2 come in figura. Nella configurazione indisturbata [figura a)] la quota della superficie libera nel serbatoio e nel tubo è la stessa. Successivamente si applica un pistone di peso W sulla superficie libera del serbatoio e conseguentemente la quota del pelo libero nel tubo si alza rispetto al caso a). Calcolare l'innalzamento *l* del fluido nel tubo di diametro d_2 all'equilibrio.

Dati: W=30 N, d_1=200 mm, d_2=20 mm, $\alpha=30^\circ$, $\rho=1000\ kg/m^3$.



Il principio di conservazione della massa impone:

$\Delta H\ \pi\ d_1^2/4 = l\ \pi\ d_2^2/4 \qquad \rightarrow \qquad \Delta H = l\ (d_2^2/\ d_1^2)$

Sul pistone agiscono la forza peso W e la spinta dovuta alla pressione del fluido sulla sua base. All'equilibrio deve risultare:

$W = p\pi\ d_1^2/4$ dove $p = \rho g(\Delta H + l\,\mathrm{sen}\alpha) = \rho g l[(d_2^2/\ d_1^2) + \mathrm{sen}\alpha]$

ovvero

$W = \pi\ d_1^2 \rho g l[(d_2^2/\ d_1^2) + \mathrm{sen}\alpha]/4$

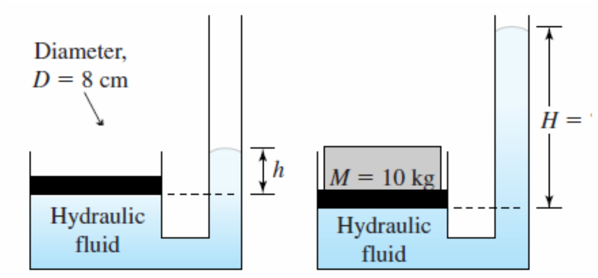
da cui

$l = 4W/[\pi\ d_1^2 \rho g((d_2/\ d_1)^2 + \mathrm{sen}\alpha)] = 0.19$ m

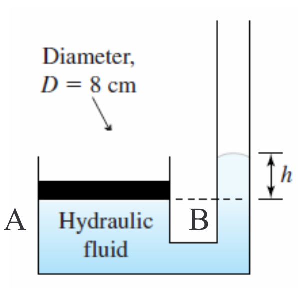
ESEMPIO

(COMPITINO MECC. FLUIDI ME-CH AA. 2009-2010)

Il sistema in figura contiene un fluido di densità ρ = 0.88 g/cm^3. Se il diametro del cilindro maggiore è D=8 cm, determinare il peso del piatto che appoggia sulla superficie libera sapendo che l'altezza del pelo libero nel tubo di diametro minore rispetto la quota nella superficie del fluido nel cilindro di diametro maggiore è h = 3 cm. Se si posiziona sul piatto una massa di 10 kg e il piatto non si sposta, calcolare l'altezza H della colonna di fluido nel tubo di diametro minore.



Soluzione.



L'equilibrio sulla superficie del liquido nel tubo di diametro maggiore impone $p_A = p_B$

$p_A = W/S$

$p_B = \rho g h \quad \Rightarrow \quad W = \rho g h S = \rho g h(\pi D^2/4) = 880\ 9.81\ 0.03\ (3.14\ 0.08^2\ /4) = 1.3$ N

Se si mette sul piatto, che rimane fisso, la massa M si ha:

$p_A = (W+Mg)/S = p_B = \rho g H$ da cui $H = (W+Mg)/(S\rho g) = (W+Mg)/(\ \pi D^2\ \rho g/4\ ) = (1.3+9.81\ 10)/(3.14\ 880\ 9.81\ 0.08^2\ /4) = 2.29$ m