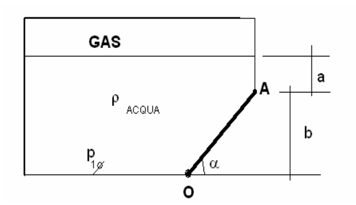
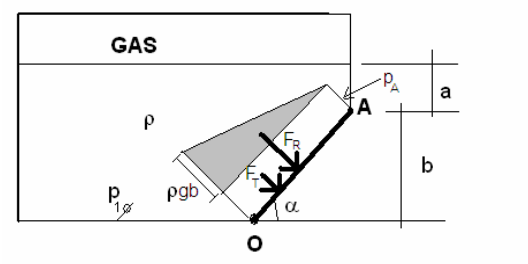
ESERCIZIO 1)



Calcolare il momento, rispetto al polo O, che si deve esercitare per mantenere chiusa la superficie OA, di profondità unitaria, in figura. Dati p_1=25000 N/m^2 (pressione relativa sul fondo del recipiente), a=0.3m, b=0.4 m, ρ=1000 kg/m^3, α=π/3.

Soluzione.



Calcolo grandezze geometriche
OA=b/senα=0.46 m
L=1m profondità paratoia nella direzione ortogonale al foglio.

Sulla paratoia agisce la spinta del fluido.
p_O= p_1=25000 N/m^2
p_A= p_1-ρgb=21076 N/m^2

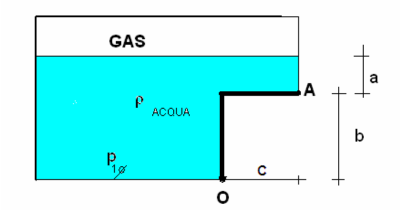
$|S|=|F_T|+|F_R|$

$|F_T|$= (p_O -p_A) OA/2 L=ρgbL(b/senα)/2=ρgLb^2/(2senα)=906.2 N
$|F_R|$= p_A OA L= (p_1-ρgb)(b/senα)L=9734.6 N

Il braccio di $|F_T|$ rispetto O è b_T=OA/3=0.154 m
Il braccio di $|F_R|$ rispetto O è b_R=OA/2=0.23 m
l momento risultante è orario e di modulo pari a $M=|F_T|\ b_T+|F_R|\ b_R$ = 2378.55 N m

Pertanto per mantenere la paratoia in equilibrio è necessario applicare un momento antiorario pari a 2378.55 Nm.

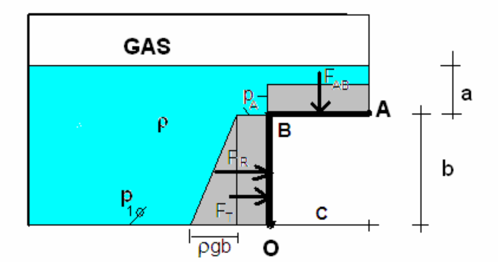
ESERCIZIO 2)



Calcolare il momento, rispetto al polo O, che si deve esercitare per mantenere chiusa la superficie OA, di profondità unitaria, in figura. Dati p_1=20000 N/m^2 (pressione relativa sul fondo del recipiente), a=0.35 m, b=0.4m, ρ=1000 kg/m^3, c=0.3 m.

Soluzione.
L=1m profondità paratoia nella direzione ortogonale al foglio

Sulla paratoia agisce la spinta del fluido.
Ho 2 contributi: superficie orizzontale (BA) e superficie verticale (OB).



Calcolo pressioni:
$p_O = p_1$=20000 N/m$_2$
$p_A = p_B = p_1 - \rho g b$=16076 N/m^2

$|S|=|F_{BA}|+|F_{OB}|$

$|F_{AB}|=p_A c L$=4822.8 N

$|F_{OB}|= |F_T|+|F_R|$
$|F_T|= (p_O - p_A)bL/2=\rho g b^2 L/2$= 784.8 N
$|F_R|= p_A$ OB $L= (p_1-\rho g b)bL$= 6430.4 N

Il braccio di $|F_{AB}|$ rispetto O è $b_{AB}=c/2$= 0.15 m
Il braccio di $|F_T|$ rispetto O è $b_T=b/3$=0.13 m
Il braccio di $|F_R|$ rispetto O è $b_R=b/2$= 0.2 m

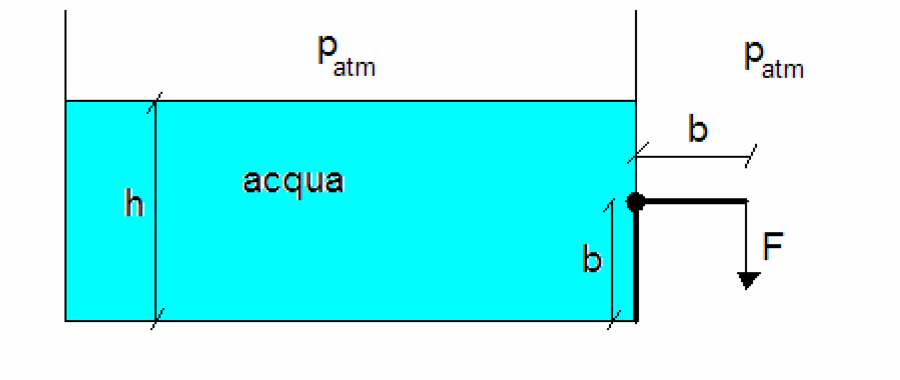
Il momento risultante è orario e di modulo pari a

$M=|F_T|\, b_T +|F_R|\, b_R +|\, F_{AB}|\, b_{AB}$ =2117.5 N m

Pertanto per mantenere la paratoia in equilibrio è necessario applicare un momento antiorario pari a 2117.5 Nm.

ESERCIZIO 3)

La chiusura di sicurezza di un pozzo di profondità unitaria è costruita come mostrato in figura ($b = 1$ m, $h = 4$ m, $F=50000$ N). Si trovi il momento che l'acqua ($\rho=1000 kg/m^3$) esercita sulla paratoia. Per quale altezza h_1 dell'acqua si aprirà la paratoia?

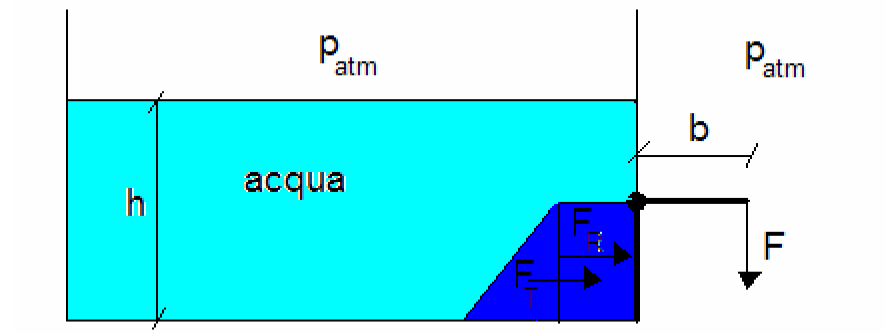


Soluzione.

L=1m profondità paratoia nella direzione ortogonale al foglio

a) Calcolo il momento associato alla spinta dell'acqua sulla paratoia.

$|S|= |F_T|+|F_R|$
$|F_T|=\rho g b^2 L/2$
$|F_R|= \rho g(h-b)bL$



Il braccio di $|F_T|$ rispetto il punto in cui è incernierata la paratoia è $b_T=2b/3$
Il braccio di $|F_R|$ rispetto il punto in cui è incernierata la paratoia è $b_R=b/2$

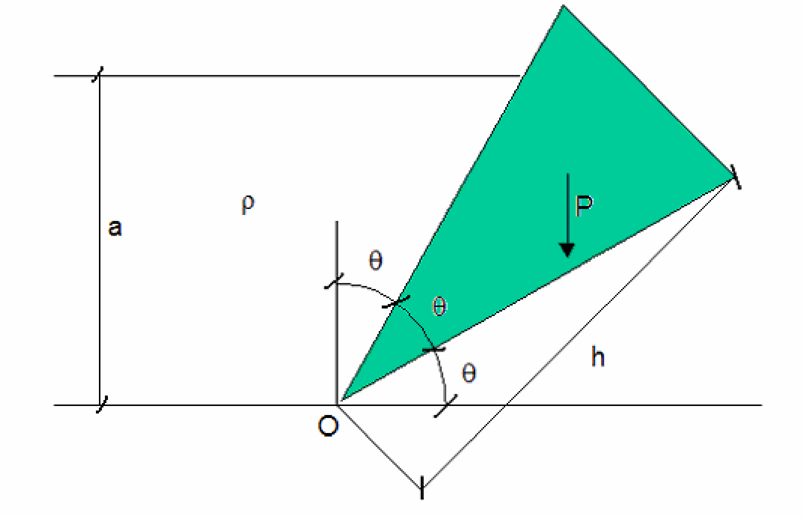
Il momento risultante è antiorario e di modulo pari a
$M=|F_T|\, b_T +|F_R|\, b_R =17985$ N m

b) Calcolo l'altezza d'acqua minima h_1 tale da aprire la paratoia
Sulla paratoia agiscono la spinta dell'acqua e la forza F.
Il momento associato alla spinta dell'acqua quando il livello dell'acqua e' h_1 risulta pari a
$M=\rho g(h_1/2-b/6)b^2L$
Il momento associato alla forza F è pari a (|F|b).
La condizione d'equilibrio impone
$\rho g(h_1/2-b/6)b^2L=F\, b$ da cui $h_1=b/3+2F/(\rho gbL)=10.52$ m

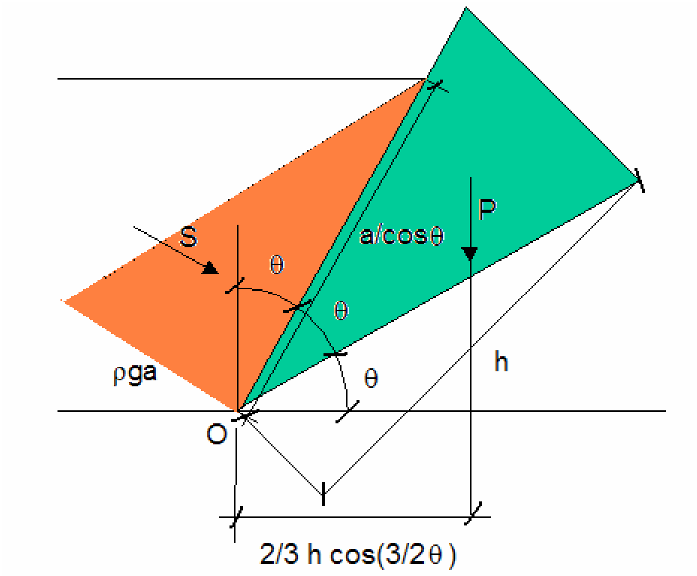
Pertanto per mantenere la paratoia in equilibrio è necessario applicare un momento antiorario pari a 2117.5 Nm.

ESERCIZIO 4)

Determinare il momento (per unità di profondità) necessario per tenere in equilibrio la paratoia di sezione triangolare in figura sapendo che a=3m, P=100kg/m (massa per unità di profondità), h=8m e ρ=1030 kg/m^3 *(*densità del fluido).



Soluzione.



Sulla paratoia agiscono la spinta S del fluido ed il suo peso W.
$|W|=PgL=981\ L\ N/m$
$|S|=p_O\ (a/\cos(\theta))\ L/2=\rho g a\ (a/\cos(\theta))\ L/2=52503.5\ L\ N/m$

dove L è la profondità della paratoia

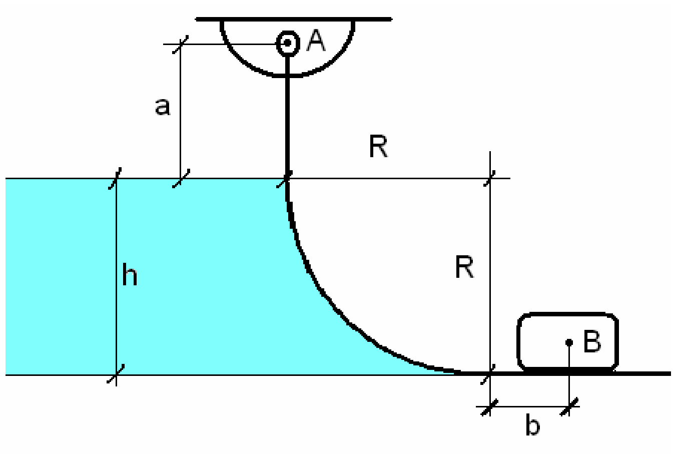
Il braccio di W rispetto O è $b_W=2/3\ h\cos(\theta+\theta/2)=3.77$ m
Il braccio di S rispetto O è $b_S= a/(3\cos(\theta))=1.155$ m

Il momento risultante è orario e di modulo pari a

$M=|W|b_W+|S|\ b_s= (3698.4+ 60641.5)\ N\ L =64340\ N\ L$

Pertanto per mantenere la paratoia in equilibrio è necessario applicare un momento (per unità di profondità) antiorario pari a 64340 N.

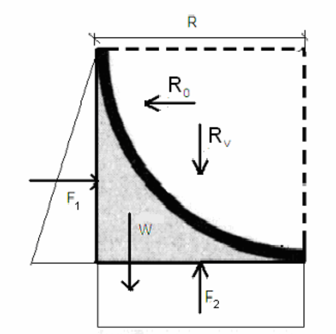
ESERCIZIO 5)

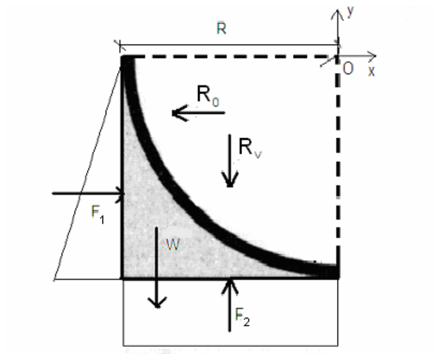


Un canale d'acqua (ρ=1000kg/m3) di larghezza pari a 4 m ha una paratoia circolare come mostrato in figura, tenuta chiusa da un blocco di cemento che agisce nel punto B. Trascurando il peso della paratoia, trovare la massa del blocco sufficiente a mantenere chiusa la paratoia. Dati: a=1 m; R=4 m; b=2 m; h=4 m.

Soluzione.

Sia L la profondità della paratoia.





Sul volume evidenziato in figura, oltre a R_0 e R_V incognite, agiscono:

$F_1=\rho ghR\ L/2=313920$ N $F_2=\rho ghRL=627840$ N, $W=\rho gR^2(1-\pi/4)L=134985.6$ N

L'equilibrio del volume fluido impone:

Equilibrio nella direzione x: $F_1-R_O=0$ $\rightarrow$ $R_O=F_1=313920$ N

Equilibrio nella direzione y: $F_2-W-R_V=0$ $\rightarrow$ $R_V=-W+F_2=492854.4$ N

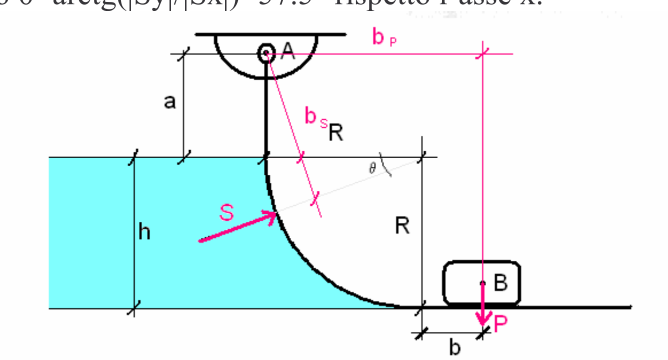
Pertanto le componenti x e y della reazione alla spinta del fluido sulla paratoia risultano:

$R_x=-R_O=-313920$ N

$R_y=-R_V=-492854.4$ N

La spinta del fluido sulla paratoia è $\underline{S}=-\underline{R}$=(313920 N; 492854.4 N).

Il modulo di $\underline{S}$ è $|S|=(S_x^2+S_y^2)^{0.5}=584338.3$ N, la retta di applicazione di S è passante per il punto O ed inclinata di un angolo θ=arctg(|Sy|/|Sx|)=57.5° rispetto l'asse x.



Considerazioni geometriche suggeriscono che il braccio di S rispetto ad A sia

$b_S= a/\cos\theta+(R-a\ tg\theta)\ sen\theta=Rsen\theta+a\cos\theta=3.91$ m.

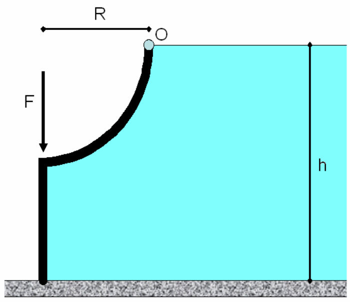
Sulla paratoia agiscono la spinta del fluido ed il peso del blocco.

L'equilibrio dei momenti rispetto al punto A impone: $S\ b_S=P\ (R+2m)$ essendo P è il peso del blocco.

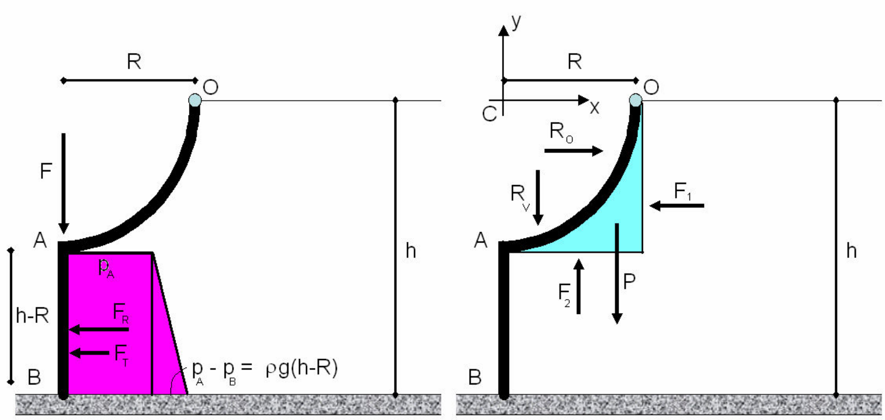
$P=S\ b/(R+2m)=377\ 10^3$N

La massa del blocco risulta quindi pari a $m=P/g=38.4\ 10^3$kg.

ESERCIZIO 6)



Determinare la forza F affinché lo sportello incernierato in O in figura non si apra sotto la spinta dell'acqua. Dati: $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$, h = 3 m, R = 1.5 m, profondità sportello b = 2 m.
Soluzione.



Sulla paratoia agisce, oltre ad F, la spinta del fluido. Quest'ultima può essere scomposta in 2 contributi, quello relativo alla parte della paratoia curva (OA) e quello relativo alla parte della paratoia verticale (BA).

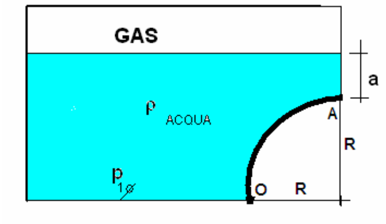
Per la parte verticale AB ho:
$|F_{BA}|= |F_T|+|F_R|$
$|F_T|= (p_B - p_A)(h-R)b/2=\rho g(h-R)^2 b/2= 22072.5$ N
$|F_R|= p_A (h-R)b = \rho gR(h-R)b= 44145$ N
Il braccio di $|F_R|$ rispetto O è $b_R=R+(h-R)/2= 2.25$ m
Il braccio di $|F_T|$ rispetto O è $b_T=R+2/3(h-R)=2.5$ m

Per la parte curva OA, isolo il volume fluido in figura, su di esso, oltre a R_O e R_V (incognite), agiscono
$F_1=\rho gR^2 b/2=22072.5$ N, $F_2=p_A Rb=\rho gR^2 b=44145$ N, $P=\rho gR^2(1-\pi/4)b=9491.175$ N
L'equilibrio del volume fluido evidenziato in figura impone
Equilibrio nella direzione x: $R_O-F_1=0$ $\rightarrow$ $R_O= F_1=22072.5$ N
Equilibrio nella direzione y: $-R_V-P+F_2=0$ $\rightarrow$ $R_V=-P+ F_2=34653.8$ N
Pertanto le componenti x e y della reazione alla spinta del fluido sulla paratoia risultano:
$R_x=R_O=22072.5$ N N
$R_y=-R_V=-34653.8$ N
Pertanto la spinta del fluido sulla paratoia è $\underline{S}=-\underline{R}=(-22072.5 \text{ N}; 34653.8 \text{ N})$.
Il modulo di $\underline{S}$ è $|S|=(S_x^2+S_y^2)^{0.5}=41086.28$ N, la retta di applicazione di S è passante per il punto C ed inclinata di un angolo $\theta=\text{arctg}(|Sy|/|Sx|)=57.5°$ rispetto l'asse x.
Considerazioni geometriche suggeriscono che il braccio di S rispetto ad O sia $b_S=R \text{ sen}\theta=1.26$ m.
Sulla paratoia agiscono la spinta del fluido ed il peso del blocco.

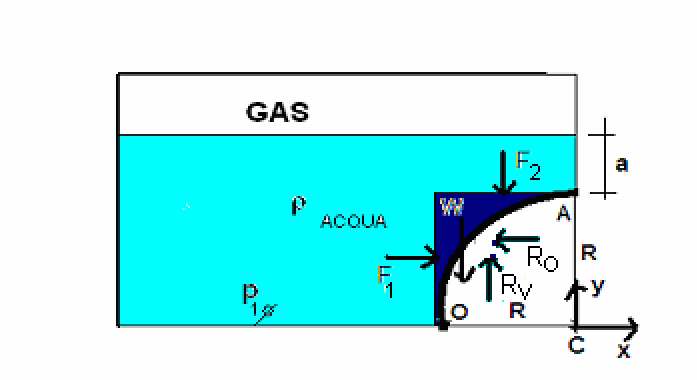
L'equilibrio dei momenti rispetto al punto O impone:
$S\, b_S +F_T\, b_T+ F_R\, b_R=F\, R$ essendo F la forza esterna da applicare per mantenere la paratoia in equilibrio.
$F=(S\, b_S+F_T\, b_T+ F_R\, b_R)/R=137.5$ kN

ESERCIZIO 7)

Calcolare il momento, rispetto al polo O, che si deve esercitare per mantenere la superficie OA, di profondità unitaria in figura, chiusa. Dati p_1=7000 N/m^2 (pressione relativa sul fondo del recipiente), a=0.25 m, R=0.35m, ρ=1000 kg/m^3.



Soluzione.



L=1m profondità paratoia nella direzione ortogonale al foglio
Calcolo pressioni:
p_O= p_1=7000 N/m$_2$
p_A=p_1-ρgR=3566.5 N/m^2

Sul volume evidenziato in figura, oltre a R_0 e R_V incognite, agiscono

$F_1=(p_A+p_O)RL/2=1849.13$ N, $F_2=p_ARL=1248.27$ N, $W=\rho gR^2(1-\pi/4)L=258.37$ N

Equilibrio nella direzione x: $-R_O+F_1=0$ → $R_O= F_1=1849.14$ N
Equilibrio nella direzione y: $R_V-W-F_2=0$ → $R_V=W+ F_2=1506.6$ N

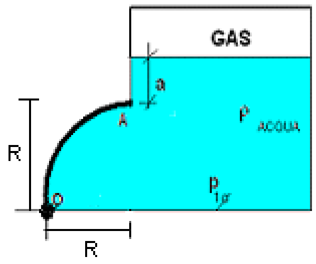
Pertanto le componenti x e y della reazione alla spinta del fluido sulla superficie AO:
$R_x=-R_O=-1849.14$ N
$R_y=R_V=1506.6$ N

La spinta del fluido sulla paratoia è $\underline{S}=-\underline{R}$=(1849 N; -1506.6 N).

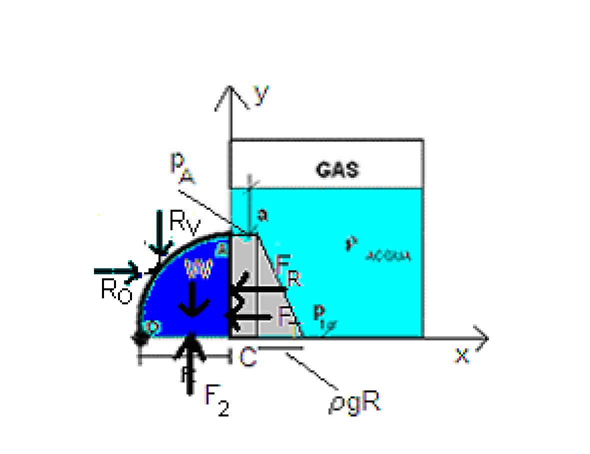
Il modulo di $\underline{S}$ è $|S|=(S_x^2+S_y^2)^{0.5}=2385.2$ N, la retta di applicazione di S è passante per il punto C ed inclinata di un angolo $\theta=\mathrm{arctg}(|S_y|/|S_x|)=39°$ rispetto l'asse x.
Considerazioni geometriche suggeriscono che il braccio di S sia $b=R\mathrm{sen}\theta=0.22$ m.
Pertanto il momento necessario a tenere la paratoia in equilibrio è antiorario e pari a $M=b|S|=524.74$ N/m

ESERCIZIO 8)

Calcolare il momento, rispetto al polo O, che si deve esercitare per mantenere la superficie OA, di profondità unitaria in figura, chiusa. Dati p_1=6000 N/m^2 (pressione relativa sul fondo del recipiente), a=0.2 m, R=0.35 m, ρ=1000 kg/m



Soluzione.
L=1m profondità paratoia nella direzione ortogonale al foglio
Calcolo pressioni:
$p_O = p_1 = 6000$ N/m_2
$p_A = p_1 - \rho g R = 2566.5$ N/m^2



Sul volume evidenziato in figura, oltre a R_0 e R_V incognite, agiscono

$F_1 = F_T + F_R = (p_A + p_O)RL/2 = 1499$ N, $F_2 = p_O RL = 2100$ N, $W = \rho g L R^2 \pi/4 = 943.35$ N

Equilibrio nella direzione x: $R_O - F_1 = 0$ → $R_O = F_1 = 1499$ N
Equilibrio nella direzione y: $-R_V - W + F_2 = 0$ → $R_V = -W + F_2 = 1156.65$ N

Pertanto le componenti x e y della reazione alla spinta del fluido sulla superficie AO:
$R_x = R_O = 1499.14$ N
$R_y = -R_V = -1156.65$ N

La spinta del fluido sulla paratoia è $\underline{S} = -\underline{R} = (-1499.14$ N; 1156.65 N).

Il modulo di $\underline{S}$ è $|S| = (S_x^2 + S_y^2)^{0.5} = 1893.36$ N, la retta di applicazione di S_E è passante per il punto C ed inclinata di un angolo $\theta = \mathrm{arctg}(|S_y|/|S_x|) = 37.6°$ rispetto l'asse x.
Considerazioni geometriche suggeriscono che il braccio di S sia $b = R\,\mathrm{sen}\theta = 0.21$ m.
Pertanto il momento necessario a tenere la paratoia in equilibrio è orario e pari a $M = b|F_E| = 404.8$ N/m