Lezione 15
LE CORRENTI FLUIDE

- Lo studio del moto dei fluidi nel caso generale è estremamente complesso e la scrittura delle equazioni necessarie a determinare il campo di moto e lo stato di tensione così come la descrizione delle tecniche di soluzione di tali equazioni sono argomenti propri dei corsi della laurea specialistica. Ci limiteremo qui ad analizzare un caso particolare ma molto frequente e di notevole rilevanza applicativa che è quello delle correnti.

  Le correnti fluide sono definite come un moto in cui la velocità è "sensibilmente" parallela a una direzione che è facile individuare. Con il termine "sensibilmente" accettiamo che la direzione della velocità si discosti localmente da quella della corrente anche se gli angoli formati da $\underline{v}$ e dalla direzione della corrente devono essere comunque piccoli e tali da poter essere trascurati. Si dice anche che una corrente è un moto quasi indirezionale.

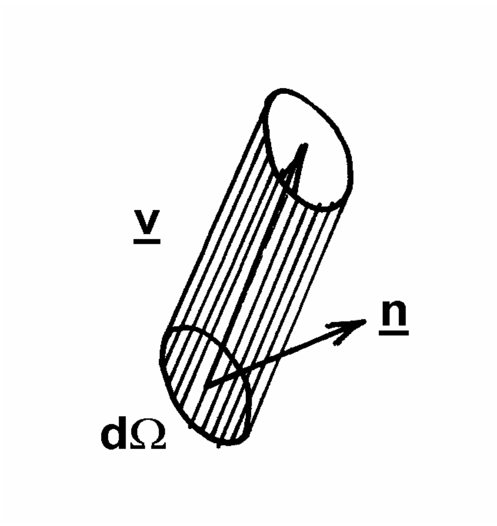
- Definiamo ora alcune grandezze tipiche delle correnti:
  - Sezione della corrente: Ω

    La sezione di una corrente è la superficie individuata dall'intersezione di un piano ortogonale alla direzione della corrente con il dominio fluido.
  - Asse della corrente e ascissa curvilinea s

    L'asse della corrente è il luogo geometrico dei baricentri delle diverse sezioni. E' possibile introdurre un'ascissa curvilinea s lungo l'asse della corrente.
  - Portata volumetrica della corrente: Q

    La portata volumetrica della corrente è definita come il flusso di volume (di fluido) attraverso la generica sezione Ω

$$Q = \int_{\Omega} \left(\underline{v} \cdot \underline{n} \right) \, d\Omega$$



Abbiamo già visto (LEZIONE 13) che considerando una superficie infinitesima (in questo caso $d\Omega$) di normale $\underline{n}$, il volume di fluido che attraversa $d\Omega$ nel tempo dt è fornito dall'espressione $(\underline{v} \cdot \underline{n})\, dt\, d\Omega$, avendo assunto che tutte le particelle fluide che si trovano su $d\Omega$ all'istante iniziale si muovono con la stessa velocità $\underline{v}$ e percorrono la distanza $\underline{v}dt$ nel tempo dt. Definito il flusso come il volume che attraversa la superficie Ω rapportato al tempo deriva

$$Q = \int_{\Omega} (\underline{v} \cdot \underline{n})\; d\Omega$$

- Portata massica della corrente: Q_m

  La portata massica della corrente è definita come il flusso di massa (di fluido) che attraversa la generica sezione Ω

$$Q_m = \int_{\Omega} \rho (\underline{v} \cdot \underline{n}) \quad d\Omega$$

- Portata ponderale della corrente: Q_p

  La portata ponderale della corrente è definita come il flusso di peso (di fluido) che attraversa la generica sezione Ω

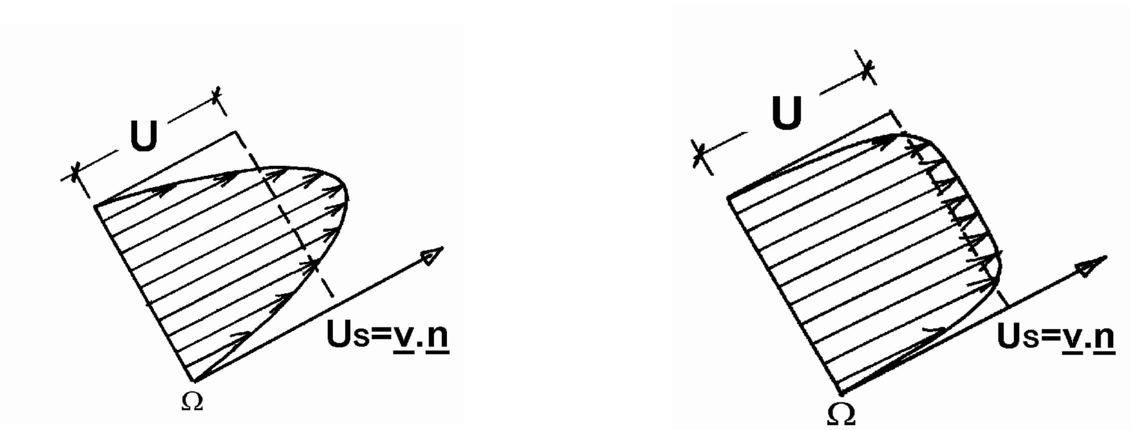
$$Q_p = \int_{\Omega} \rho g (\underline{v} \cdot \underline{n}) \quad d\Omega$$

- La velocità media sulla sezione: U

  Muovendosi all'interno di una sezione, la velocità assume valori diversi. E' quindi utile definire il valore medio che la velocità assume su Ω . Considerando che la velocità è "sensibilmente" ortogonale a Ω è opportuno considerare solo la componente di $\underline{v}$ perpendicolare a Ω. Si ha quindi

$$U = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \underline{v} \cdot \underline{n} \quad d\Omega$$

Nei moti laminari (si rimanda ai corsi di laurea specialistica per una definizione precisa del



regime di moto laminare e di quello turbolento) la velocità si discosta anche sensibilmente da U mentre nei moti turbolenti la distribuzione di velocità sulla sezione tende ad essere molto piatta e pari ad U .

- Il carico piezometrico h

  Nella LEZIONE 4 è stato definito il carico piezometrico h come somma della quota z e della quantità p/γ e si è visto che in un fluido in quiete h risulta costante. E' possibile dimostrare (anche se ciò non verrà qui fatto) che il valore di h non varia muovendosi su una sezione, mentre h varia al variare di s . E' quindi possibile attribuire un valore di h alla sezione.

$$h = z + \frac{p}{\gamma}$$

- il carico totale H

  Al carico piezometrico h è possibile aggiungere la quantità $\frac{v^2}{2g} = \frac{\underline{v} \cdot \underline{v}}{2g}$ detta carico cinetico e ottenere il carico totale. E' facile vedere che il carico cinetico rappresenta l'energia cinetica del fluido per unità di peso, cioè l'energia cinetica di una massa di fluido divisa per il peso del fluido. Analogamente è possibile vedere che il termine z del carico piezometrico rappresenta l'energia potenziale per unità di peso.

Il termine p/γ, detto carico di pressione, rappresenta un'energia per unità di peso non posseduta dai corpi rigidi. Dimensionalmente $h,\ H,\ z,\ \frac{p}{\gamma},\ \frac{v^2}{2g}$ sono delle lunghezze e si misurano in metri nel sistema metrico internazionale.

Siccome la velocità non è costante sulla sezione è opportuno definire il carico totale H mediato sulla sezione

$$H = \frac{1}{\Omega}\int_{\Omega}\left(h + \frac{v^2}{2g}\right) d\Omega = h + \frac{1}{\Omega}\int_{\Omega}\frac{v^2}{2g}\ d\Omega$$

Tenendo conto che la componente della velocità normale alla superficie può essere scritta come somma di U più uno scarto $\overline{u}$ che per definizione ha media nulla sulla sezione

$$\underline{v} \cdot \underline{n} = U + \overline{u}$$

con

$$\frac{1}{\Omega}\int_{\Omega}\overline{u}d\Omega = 0$$

si ha

$$\frac{1}{\Omega}\int_{\Omega}\frac{v^2}{2g}\ \ d\Omega = \frac{1}{\Omega}\frac{1}{2g}\int_{\Omega}\left(U + \overline{u}\right)^2 d\Omega = \frac{1}{\Omega}\frac{1}{2g}\int_{\Omega}U^2\left(1 + \frac{\overline{u}}{U}\right)^2 d\Omega = \frac{U^2}{2g}\frac{1}{\Omega}\int_{\Omega}\left[1 + \left(\frac{\overline{u}}{U}\right)^2\right]\ \ d\Omega$$

Essendo in generale $\overline{u} \langle\langle U$ e quindi $\left(\overline{u}/U\right)^2 \langle\langle 1$ si può scrivere

$$H \cong h + \frac{U^2}{2g}$$

- Flusso di energia meccanica di una corrente

  Nei punti precedenti abbiamo visto che a una corrente possiamo associare una portata di fluido cioè un flusso di volume. Q rappresenta il volume di fluido che attraversa Ω nell'unità di tempo. Al volume di fluido che attraversa Ω possiamo associare una massa, un peso ed evidentemente un'energia. Possiamo quindi definire il flusso di energia associato ad una corrente come

$$P = \int_{\Omega}(\underline{v} \cdot \underline{n})\gamma H d\Omega$$

essendo H l'energia per unità di peso.

Segue

$$P \cong \int_{\Omega} \gamma\left(\underline{v} \cdot \underline{n}\right) \left[h + \frac{U^2}{2g}\right] d\Omega =$$

$$\cong \gamma Q H$$

Per ultimo sottolineamo che tutte le grandezze caratterizzanti le correnti $(U, Q, h, H, ...)$ risultano funzioni dell'ascissa s e del tempo t.

Per la determinazione di $U, Q, h, ...$ si utilizzano delle equazioni che derivano dai principi enunciati nella LEZIONE 14 e che verranno ricavate nella LEZIONE 16 e nella LEZIONE 17.