Lezione 2

FORZE AGENTI SU UN CONTINUO (FLUIDO)

- Le molecole che costituiscono la materia esercitano delle forze sulle molecole circostanti che vengono suddivise in due categorie:

  1) forze a corto raggio

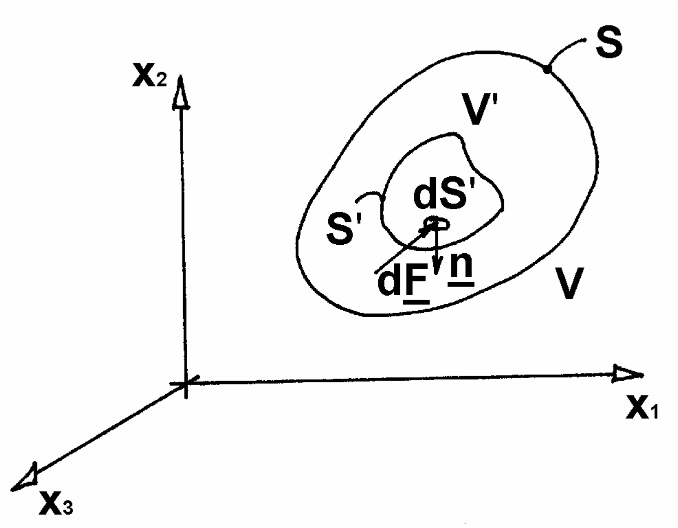
  2) forze a lungo raggio

  Le prime (forze a corto raggio) assumono valori significativi solo quando le molecole si trovano a distanza dall'ordine delle loro dimensioni. Le seconde (forze a lungo raggio) decadono molto lentamente e rimangono significative anche quando le molecole sono a distanze rilevanti cioè molto maggiori delle loro dimensioni.

- Utilizzando lo schema di continuo illustrato nella LEZIONE 1, si tiene conto delle osservazioni sperimentali precedenti, introducendo due categorie di forze:

  1) forze di superficie

  2) forze di massa



Le prime (forze di superficie) sono proporzionali alla superficie considerata e sono il risultato delle forze molecolari di corto raggio. Le seconde (forze di massa) sono invece proporzionali alla massa presa in considerazione e sono il risultato delle forze molecolari di lungo raggio. Consideriamo un volume V di un continuo (fluido) e una sua parte $V^{'}$. Denotiamo rispettivamente con S e $S^{'}$ le superfici che delimitano V e $V^{'}$.

Attraverso una porzione piccola $dS^{'}$ (a rigori infinitesima) di normale $\underline{n}$ della superficie $S^{'}$, il continuo (fluido) all'esterno di $S^{'}$ esercita una forza $d\underline{F}$ (anch'essa piccola e a rigori infinitesima) sul continuo (fluido) all'interno. Se raddoppiano $dS^{'}$ la forza raddoppierà. Come detto precedentemente la forza è proporzionale alla superficie. Avremo quindi

$$d\underline{F} = \underline{t}dS$$

La quantità vettoriale $\underline{t}$ si dice tensione

- Le dimensioni della tensione $\underline{t}$ sono quelle di una forza divisa per una superficie

$$[\underline{t}] = ML^{-1}T^{-2}$$

L'unità di misura è il (NOTA 1) $Kg\ m^{-1}s^{-2}$ o anche il $\left(Kg\ ms^{-2}\right)m^{-2} = Nm^{-2}$ denominata anche pascal (*Pa*). Nell'ingegneria vengono ancor oggi utilizzate unità di misura diverse. In particolare:

- il chilogrammo forza su metro quadro

$$1\,Kg_f / m^2 = 9.81\,N/m^2 = 9.81\,Pa$$

- un'atmosfera normale

$$1\ atm = 1{,}01325\ 10^5\ \ Pa$$

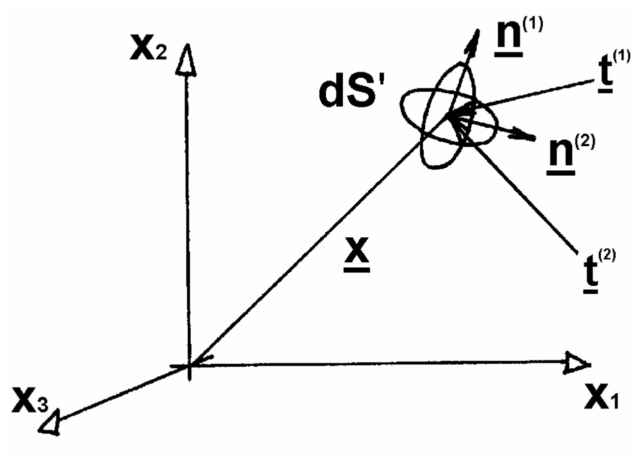
---

[1] NOTA 1
Kg indica il chilogrammo massa
m indica il metro
s indica il secondo
N indica il newton $\left(1N = 1\,Kg\ ms^{-2}\right)$

- un bar

$$1\, bar = 10^5\ Pa$$

- La tensione $\underline{t}$ in generale dipende dalla posizione $\underline{x}$ della superficie infinitesima $dS^{'}$, dal tempo t (non confondere $\underline{t}$ con t) e dalla normale $\underline{n}$. In uno stesso punto e allo stesso tempo due superfici infinitesime di ugual area $dS^{'}$ e diversa normale $\underline{n}$ saranno caratterizzati da valori diversi della tensione.



$$d\underline{F}^{(1)} = \underline{t}^{(1)} dS^{'}$$

$$d\underline{F}^{(2)} = \underline{t}^{(2)} dS^{'}$$

si ha quindi

$$\underline{t} = \underline{t}\,(\underline{x}, t, \underline{n})$$

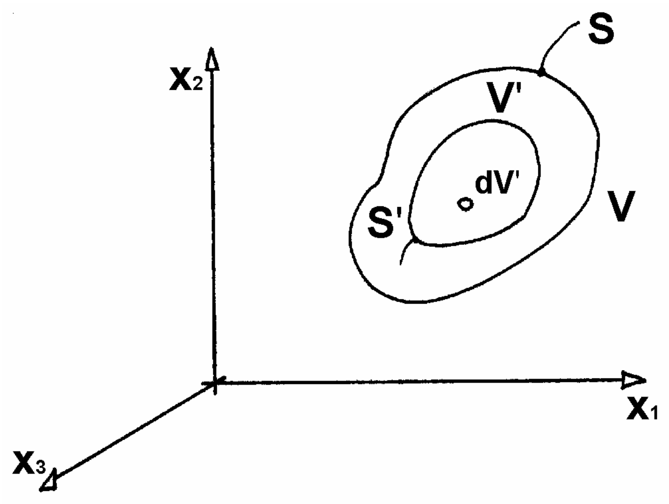
- La forza $d\underline{F} = \underline{t}dS^{'}$ descrive completamente l'azione che il continuo (fluido) all'esterno di $V^{'}$ esercita su quello all'interno attraverso la superficie $dS^{'}$ (ASSIOMA DI CAUCHY). Volendo determinare la forza complessiva (risultante) che il continuo (fluido) all'esterno di $S^{'}$ esercita su quello all'interno è necessario:

1) suddividere la superficie $S^{'}$ in parti infinitesime $dS^{'}$
2) valutare su ciascuna parte la forza infinitesima $d\underline{F}$ esercitata dall'esterno: $d\underline{F} = \underline{t}dS^{'}$
3) sommare tutti i contributi individuati

$$\underline{F} = \int_{S^{'}} \underline{t}dS^{'}$$

L'azione che il continuo contenuto in *V'* esercita su quello posto esternamente, è pari a $\underline{-F}$.

- La forza $\underline{F} = \int_{S'} \underline{t} dS'$ rappresenta l'azione del continuo (fluido) all'esterno di V'(ma nelle immediate vicinanze di S') sul continuo all'interno. Tuttavia altra materia esiste anche a distanze elevate (molto maggiori delle dimensioni di V') e tali da non consentirne la rappresentazione nella figura.



Considerando una porzione piccola dV' (a rigori infinitesima) del volume V', si assume che la materia molto distante da dV' e non rappresentata in figura eserciti una forza $d\underline{G}$ sul continuo contenuto in dV' proporzionale alla sua massa. Se raddoppiamo dV' e quindi la massa in considerazione, la forza raddoppierà. Come detto precedentemente la forza è proporzionale alla massa. Per quanto illustrato nella LEZIONE 1, la massa dM contenuta in dV' è esprimibile come

$$dM = \rho \, dV'$$

avremo quindi

$$d\underline{G} = \underline{f} \rho \, dV'$$

La quantità vettoriale $\underline{f}$ è detta campo di forze

- Le dimensioni del campo di forze $\underline{f}$ sono quelle di una forza divisa per una massa cioè quelle di un'accelerazione.

$$\lfloor \underline{f} \rfloor = LT^{-2}$$

L'unità di misura di $\underline{f}$ è il ms^{-2}

- Il campo di forze $\underline{f}$ in generale dipende dalla posizione $\underline{x}$ e dal tempo t (non confondere $\underline{t}$ con t).
- Volendo determinare la forza complessiva (risultante) che la materia lontana da V' esercita sul continuo (fluido) in esso contenuto è necessario:

  1) suddividere il volume V' in parti infinitesime dV'
  2) valutare su ciascuna parte la forza infinitesima $d\underline{G}$ (NOTA 2) esercita dall'esterno $d\underline{G} = \underline{f}\rho\, dV'$
  3) sommare tutti i contributi individuati

$$\underline{G} = \int_{V'} \rho\, \underline{f} dV'$$

[2] NOTA 2

Benchè possano essere considerati diversi campi di forze, il campo di forze che verrà preso in considerazione nel corso è il campo di forze gravitazionale ($\underline{f} = \underline{g}$). Il vettore $\underline{g}$ è diretto verticalmente verso il basso e ha un valore che è lecito assumere costante e pari a $9.81 ms^{-2}$.