Lezione 22

PROBLEMI RELATIVI AD ALCUNI SEMPLICI IMPIANTI

- Nel seguito illustreremo alcuni problemi relativi a semplici impianti. Nell'illustrare la loro soluzione introdurremmo *le pompe* (NOTA 1), organi di un impianto in grado di fornire energia al fluido, e tracceremo le *linee dei carichi totali e piezometrici*, utile strumento per determinare graficamente la pressione in una sezione e per accertarsi del buon funzionamento di un impianto.
- Per impostare la soluzione di un problema relativo a un impianto, è necessario analizzare l'evoluzione dell'energia del fluido per unità di peso (carico totale) dalla sezione iniziale dell'impianto a quella finale: il carico iniziale diminuito di tutte le perdite, distribuite e localizzate, ed eventualmente aumentato del carico fornito da pompe presenti sull'impianto deve fornire il carico nella sezione finale. Tale bilancio energetico fornisce un'equazione che consente di determinare una delle caratteristiche dell'impianto note ad altre. Per illustrare la procedura analizziamo nel seguito alcuni problemi particolari.

NOTA 1

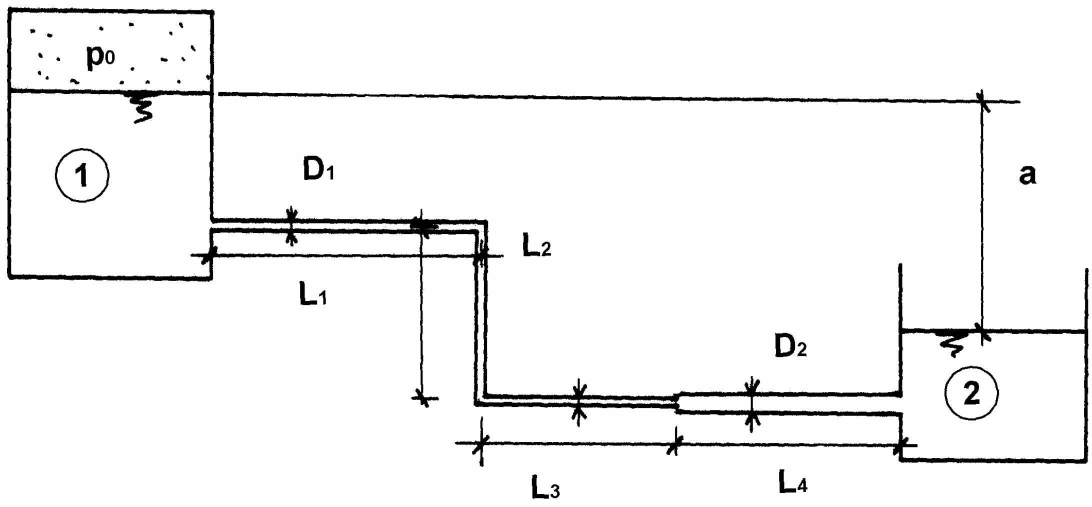
Nell'ambito di un corso di Idraulica 1 non è possibile descrivere nei dettagli il funzionamento delle pompe e le loro caratteristiche. Ci limiteremo qui a dire che le pompe sono essenzialmente caratterizzate dalla prevalenza h_p e dalla portata Q.

La prevalenza è il carico che la pompa fornisce al fluido mentre il valore di Q è la portata che attraversa la pompa. L'energia che la pompa fornisce al fluido nell'unità di tempo è pari a

$$P = \gamma Q h_p$$

(vedi LEZIONE 15). Un'ulteriore caratteristica della pompa è il rendimento η cioè il rapporto fra la potenza P fornita al fluido e la potenza assorbita. Le caratteristiche delle pompe vengono in generale fornite dalle case costruttrici.

Problema 1



Determinare il valore della pressione relativa p_0 nel serbatoio ① affinchè nell'impianto in figura defluisca una portata Q di acqua dal serbatoio ① al serbatoio ②. I tubi siano in ghisa asfaltata con un valore di scabrezza assoluta y_r pari a $0.1\,mm$.

Dati: $a = 40\,cm,\ L_1 = 50\,m,\ L_2 = 3\,m,\ L_3 = 75\,m,\ L_4 = 55\,m,\ D_1 = 10\,cm,\ D_2 = 15\,cm,\ Q = 5\,\ell/s$.

Soluzione:

Introducendo un asse verticale z diretto verso l'alto e con l'origine in corrispondenza del pelo libero del serbatoio ②, il carico totale dell'acqua contenuta all'interno del serbatoio ① (indipendente dalla posizione perché il fluido può considerarsi in quiete) risulta

$$H_1 = h_1 = a + \frac{p_0}{\gamma}$$

mentre nel serbatoio ②, il carico totale risulta nullo

$$H_2 = 0$$

Si deve quindi avere

$$H_1 - \frac{U_1^2}{2g}\left[0.5 + \frac{\lambda_1}{D_1}L_1 + 1 + \frac{\lambda_1}{D_1}L_2 + 1 + \frac{\lambda_1}{D_1}L_3 + \left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2} - 1\right)^2\right] - \frac{U_2^2}{2g}\left[\frac{\lambda_2}{D_2}L_4 + 1\right] = H_2$$

ove si è indicata con U_1 e U_2 le velocità nei tubi di diametro D_1 e D_2 rispettivamente. λ_1 e λ_2 indicano i rispettivi coefficienti di resistenza. Infine si è assunto che le perdite concentrate siano valutabili con l'espressione $\zeta \frac{U^2}{2g}$ e $\zeta = 0.5$ per l'imbocco, $\zeta = 1$ per i gomiti e lo sbocco.

Si ha

$$U_1 = \frac{Q4}{\pi D_1^2} = 0.637\, m/s \quad \rightarrow \quad \mathrm{Re}_1 = 6.37\, 10^4$$

$$U_2 = \frac{Q4}{\pi D_2^2} = 0.283\, m/s \quad \rightarrow \quad \mathrm{Re}_2 = 4.25\, 10^4$$

Essendo

$$\varepsilon_1 = \frac{y_r}{D_1} = 0.001 \quad , \quad \varepsilon_2 = \frac{y_r}{D_2} = 0.000667$$

è possibile valutare λ_1 e λ_2 dal diagramma di Moody.

Risulta

$$\lambda_1 \cong 0.023 \qquad \lambda_2 \cong 0.024$$

L'equazione di partenza porge dunque

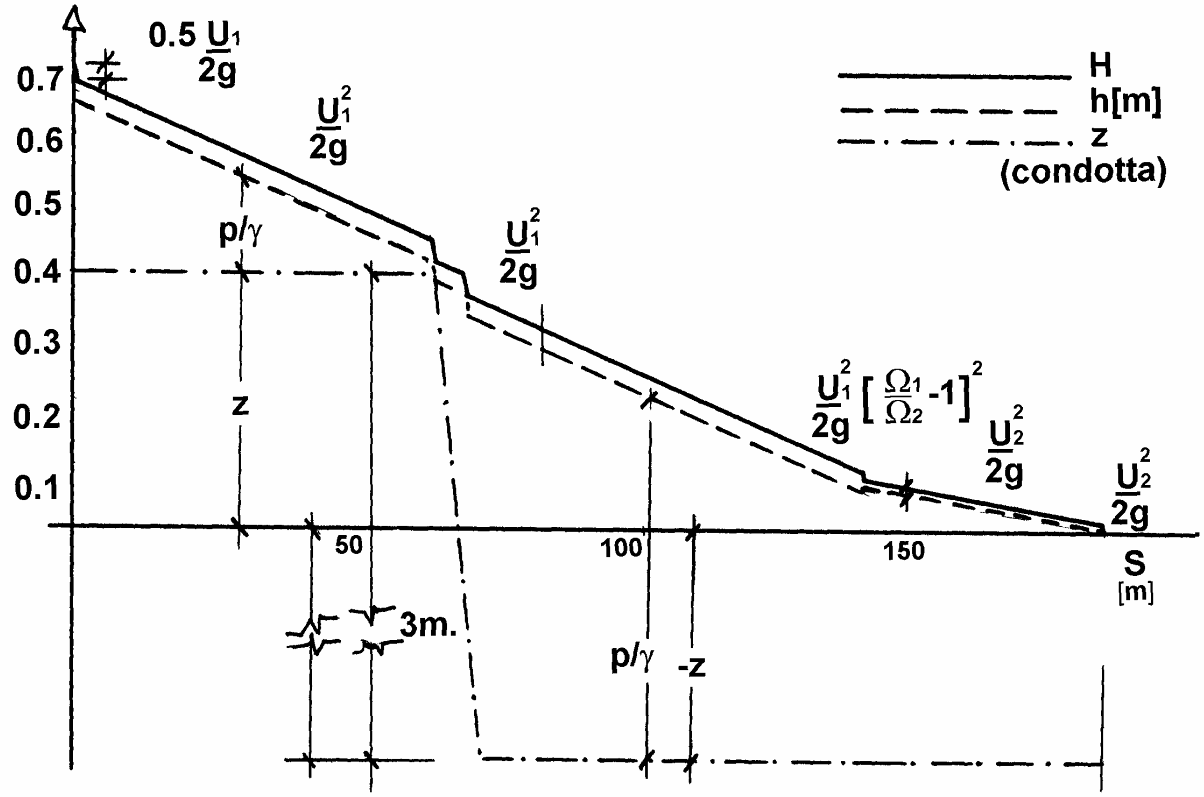
$$\frac{p_0}{\gamma} = -a + \frac{U_1^2}{2g}\left[2.809 + \frac{\lambda_1}{D_1}\left(L_1 + L_2 + L_3\right)\right] + \frac{U_2^2}{2g}\left[1 + \frac{\lambda_2}{D_2}L_4\right]$$

avendo valutato $\left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2} - 1\right)^2 \cong 0.309$.

Effettuando i calcoli si ha

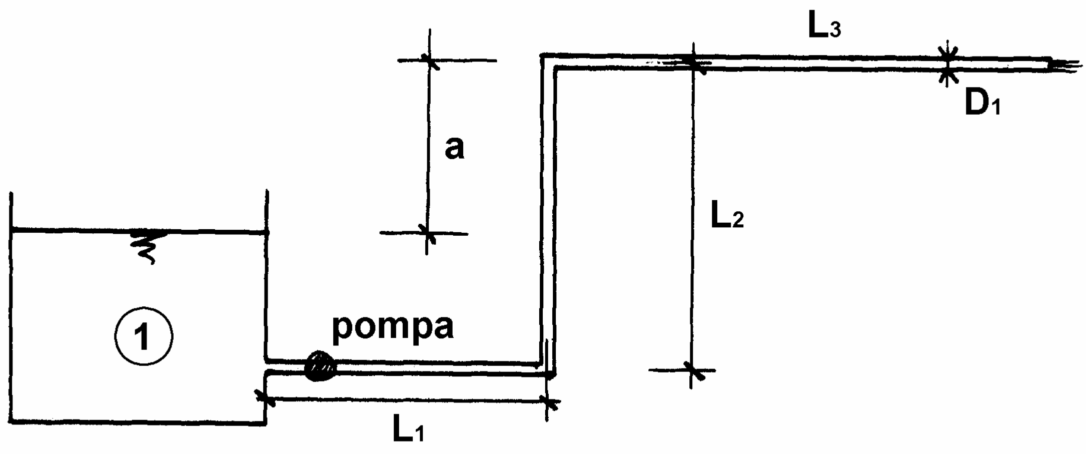
$$\frac{p_0}{\gamma} = \left[-0.4 + 0.0207\left(2.809 + 29.4\right) + 0.00408\left(1 + 8.8\right)\right]m = 0.307\, m$$

Da cui $p_0 = 3.01 \quad 10^3\, N/m^2$



Nella figura sono riportate le linee dei carichi totali e piezometrici e la quota della condotta. Si noti che la differenza fra il carico piezometrico e la quota della condotta rappresenta il valore di p/γ.

Problema 2



Si valuti la prevalenza h_p della pompa necessaria a far defluire un'assegnata portata Q di acqua dal serbatoio ① fino alla fine del tubo (vedi figura). Il tubo sia in rame.

Dati: $L_1 = 10\,m,\ L_2 = 2.5\,m,\ L_3 = 6\,m,\ a = 1.5\,m,\ D_1 = 2.7\,cm,\ Q = 1.5\,\ell/s$

Soluzione:

Essendo il tubo in rame, si ha $y_r = 0.01mm$. Inoltre dalla conoscenza della portata e del diametro segue

$$U = \frac{Q}{\Omega} = 2.62\,m/s \rightarrow Re = 7.07\ \ 10^4 \rightarrow \varepsilon = \frac{y_r}{D} = 3.7\ \ 10^{-4}$$

Dalla conoscenza di Re e ε, si ottiene λ dal diagramma di Moody

$$\lambda \cong 0.021$$

Infine, con riferimento a un asse verticale z rivolto verso l'alto e con l'origine in corrispondenza del pelo libero del serbatoio ①, si ha

$$H_1 = 0 \qquad ; \qquad H_2 = a + \frac{U^2}{2g}$$

e

$$H_1 - 0.5\frac{U^2}{2g} - \frac{\lambda}{D}\frac{U^2}{2g}\left(L_1 + L_2 + L_3\right) - \frac{U^2}{2g}\left(1+1\right) + h_p = a + \frac{U^2}{2g} \quad \text{(NOTA 2)}$$

NOTA 2

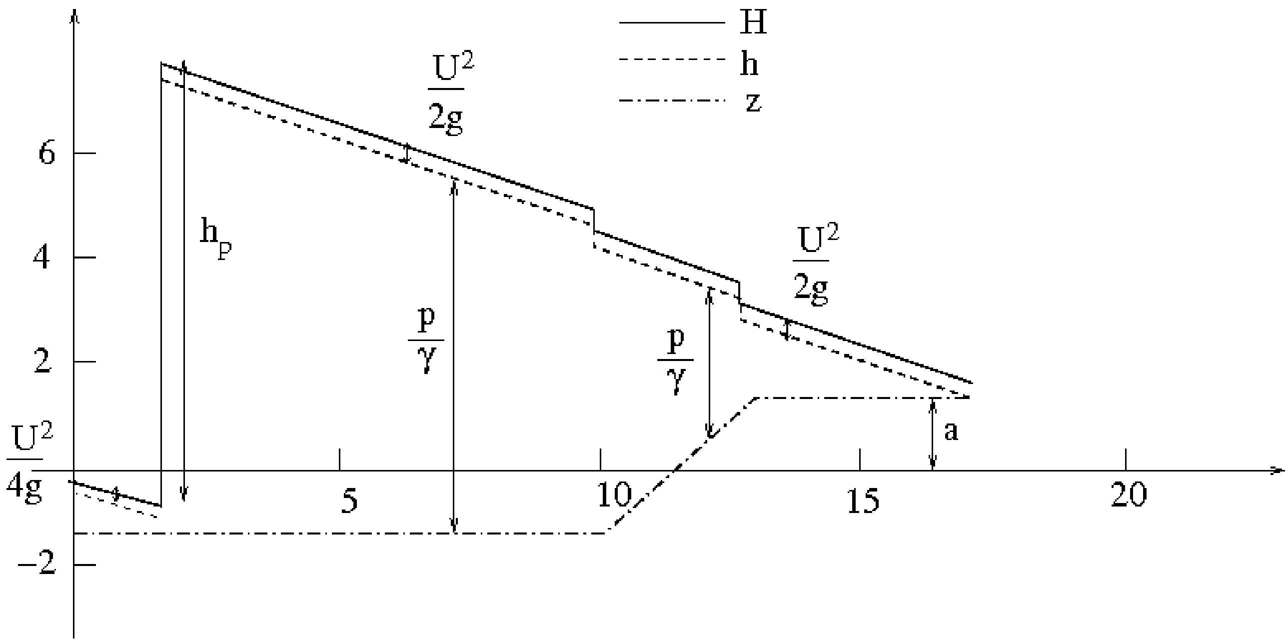
Segue

$$h_p = a + \frac{U^2}{2g}\left[3.5 + \frac{\lambda}{D}\left(L_1 + L_2 + L_3\right)\right]$$

Effettuando i calcoli si ha

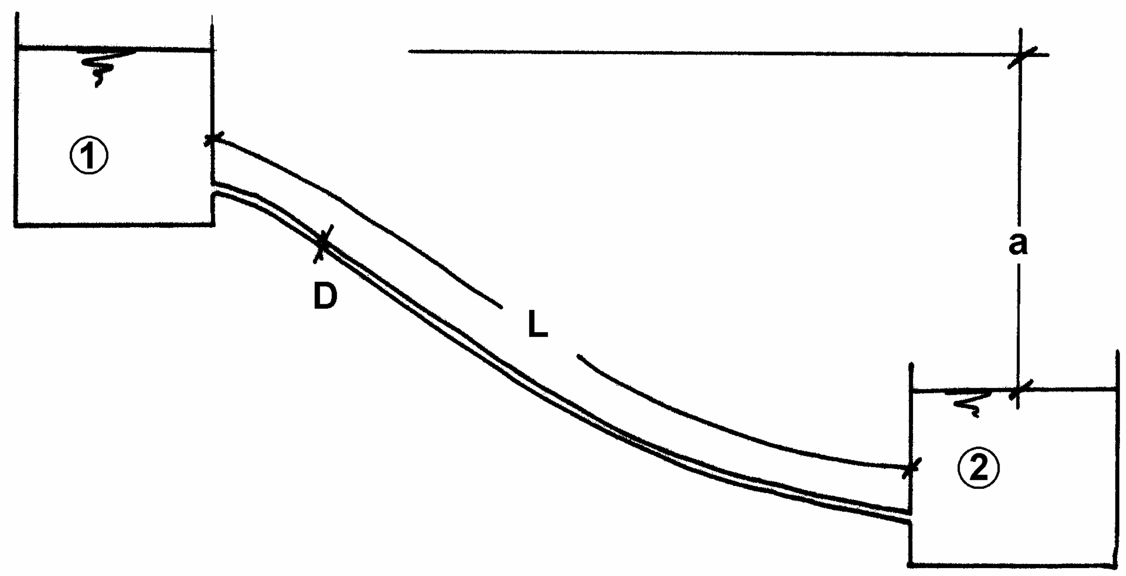
$$h_p = 1.5 + 0.35[3.5 + 14.4] = 7.76m$$

Tracciamo ora la linea dei carichi totali e piezometrici



Si noti che le perdite concentrate di imbocco sono state assunte pari a $0.5\frac{U^2}{2g}$ mentre quelle causate da un gomito pari a $\frac{U^2}{2g}$.

Problema 3



Valutare il diametro D necessario a far scorrere una assegnata portata Q di acqua dal serbatoio ① al serbatoio ② rappresentati in figura. Si supponga che la condotta sia in ghisa asfaltata.

Dati: $a = 20\,m,\ L = 2.5\,Km,\ Q = 50\,\ell/s\ e\ y_r = 0.1mm$

Soluzione:

L'equazione da soddisfare è

$$a = \frac{U^2}{2g}\left[\frac{1}{2} + \frac{\lambda}{D}L + 1\right] = \frac{Q^2}{2g\Omega^2}\left[1.5 + \frac{\lambda}{D}L\right]$$

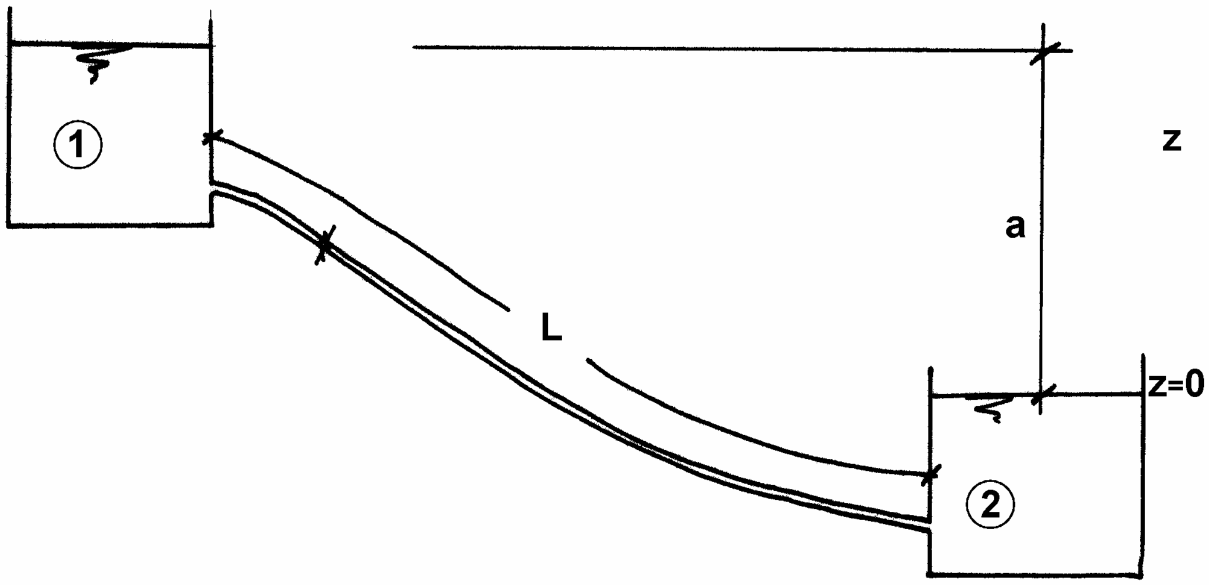
Procediamo per tentativi

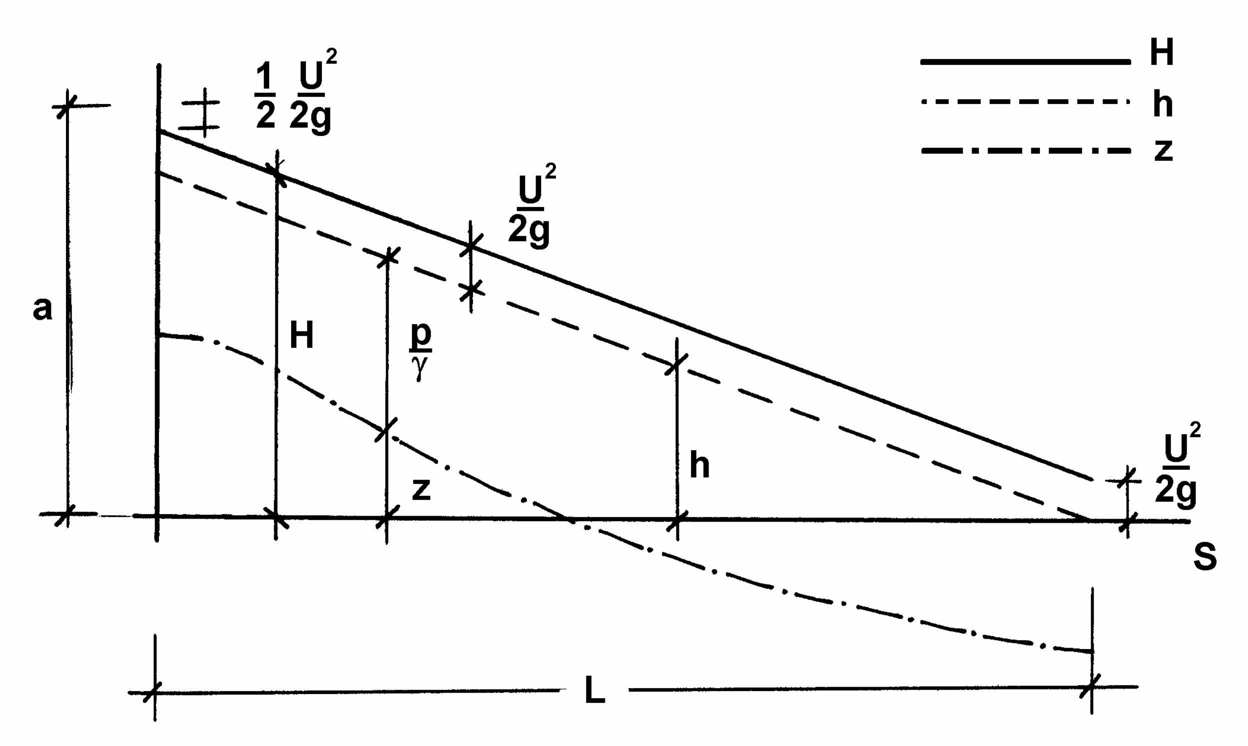
$D\,[m]$	$U\,[m/s]$	Re	ε	λ	$\frac{Q^2}{2g\Omega^2}\left[1.5 + \frac{\lambda}{D}L\right][m]$
0.25	1.02	$2.5\ 10^5$	$4\ 10^{-4}$	~0.018	9.6
0.15	2.83	$4.2\ 10^5$	$6.6\ 10^{-4}$	~0.019	*130.9*
0.20	1.59	$3.2\ 10^5$	$5.0\ 10^{-4}$	~0.018	*29.2*
0.22	*1.32*	$2.9\ 10^5$	$4.5\ 10^{-4}$	~0.018	*18.3*
0.21	*1.44*	$3.0\ 10^5$	$4.8\ 10^{-4}$	~0.018	*22.8*

Sulla base di questi risultati è possibile concludere che il diametro richiesto è compreso fra 0.21 e 0.22 m.

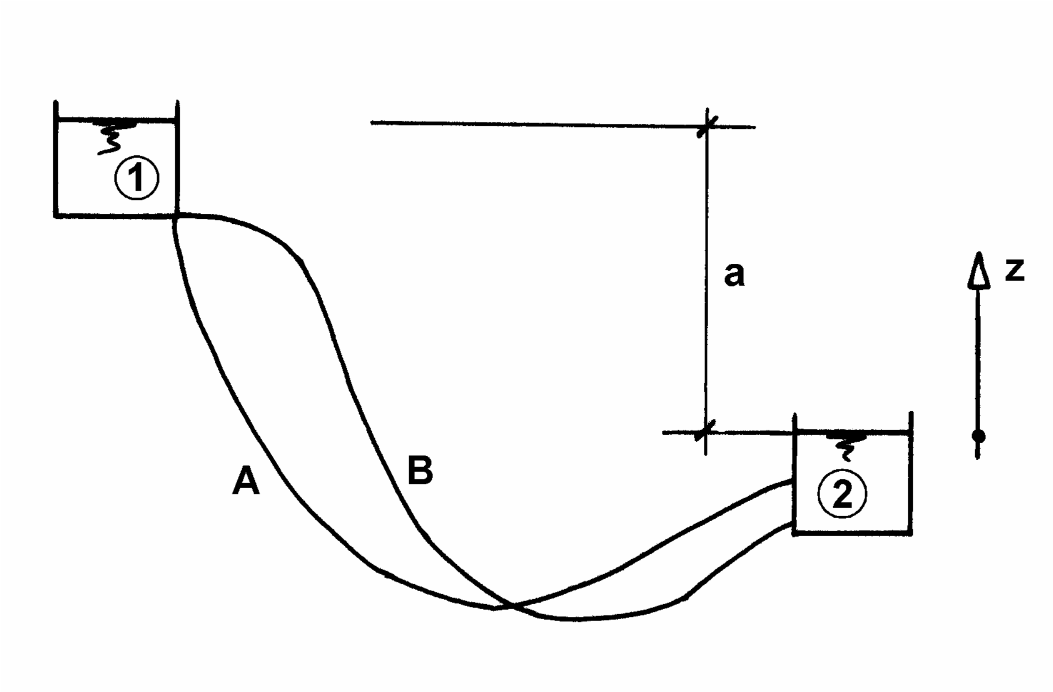
IL PROBLEMA DEL SIFONE

- Tracciamo, in modo qualitativo, le linee del carico totale, piezometrico e della quota della condotta, facendo riferimento ad un asse z rivolto verso l'alto e con l'origine in corrispondenza del pelo libero del serbatoio ② dell'impianto in figura, uguale a quello considerato nel problema precedente.

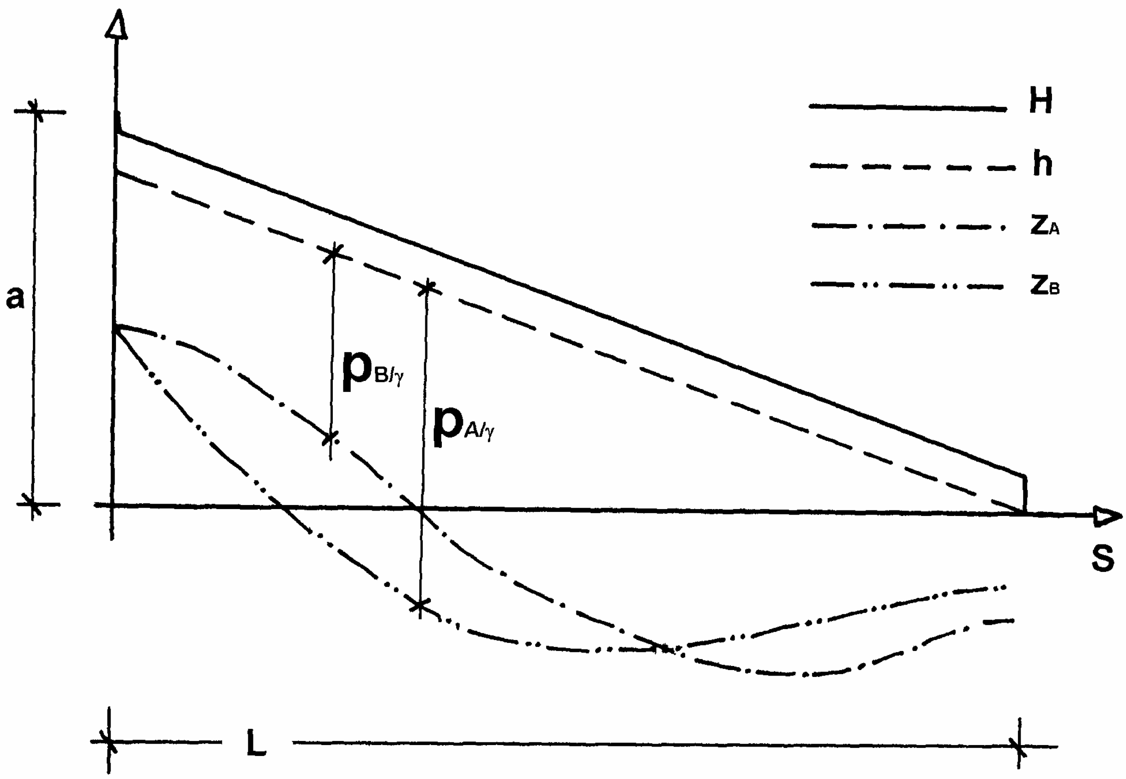




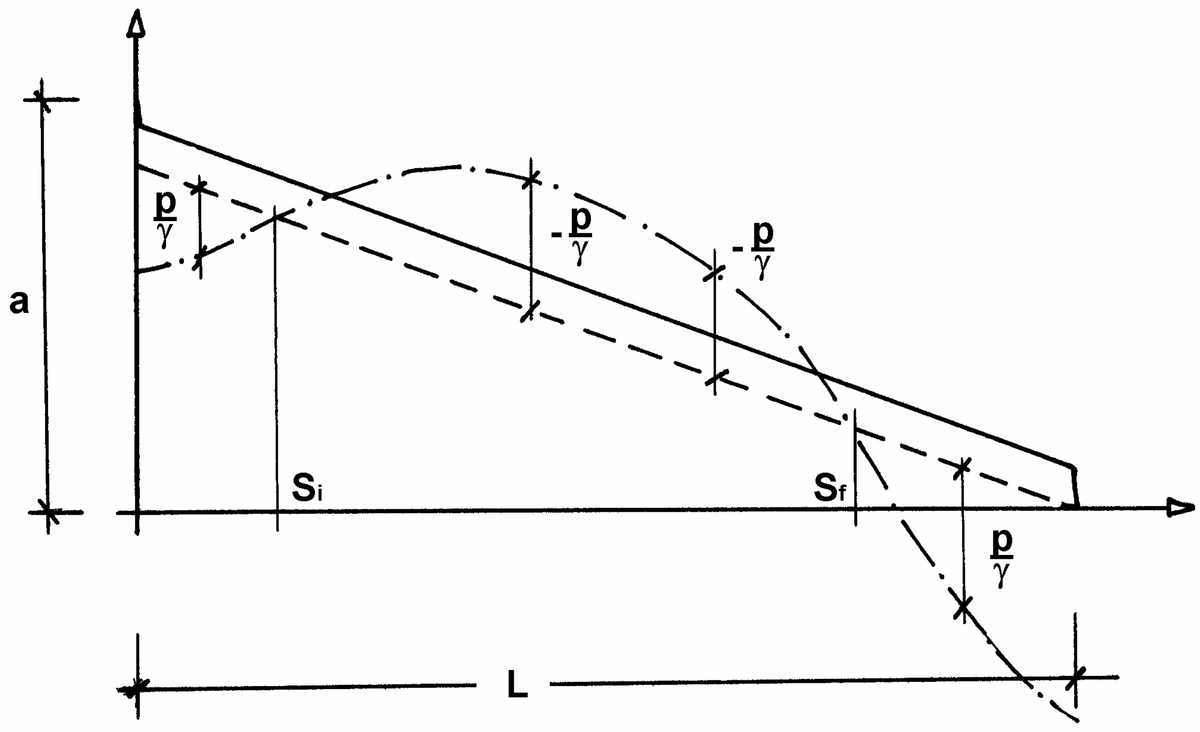
E' interessante osservare che il funzionamento idraulico della condotta non è influenzato, se certi limiti sono rispettati, dall'andamento altimetrico della condotta. Ad esempio nelle condotte A e B della figura seguente defluisce la stessa portata e l'andamento del carico totale e piezometrico è



uguale (chiaramente a patto che il diametro, la scabrezza e la lunghezza della condotta rimangano inalterati). Nelle due condotte sarà solo diversa la distribuzione della pressione come si può notare dalla figura dove sono riportati $H(s)$, $h(s)$ e $z_A(s)$ e $z_B(s)$.



L'impianto funzionerà anche quando la quota della condotta sarà maggiore della linea dei carichi piezometrici. In tale situazione la pressione relativa all'interno della condotta sarà negativa, cioè la pressione assoluta sarà inferiore alla pressione atmosferica (vedi figura seguente). In particolare la condotta sarà in depressione fra la coordinata s_i e la coordinata s_f. Ci sono tuttavia dei limiti sull'andamento altimetrico della condotta. In primo luogo il valore di $z(s)$ non può superare a se si vuole che il fluido inizi a defluire senza problemi. Se anche in un solo punto $z > a$ per innescare il moto è necessario creare una depressione nella condotta.



Anche innescando il moto non è possibile superare certi valori di z, il limite è facilmente valutabile sapendo che la pressione assoluta non può scendere al di sotto di un valore, denominato *tensione di vapore* che dipende dal fluido presente nell'impianto. Alzando la condotta al di sopra di tale limite, la portata defluente nell'impianto diminuirà, fino a che, quando z supererà il valore $a+\frac{p_{atm}-p_{\in}}{\gamma}$, il fluido cesserà di scorrere ($p_{\in}$ indica la tensione di vapore).