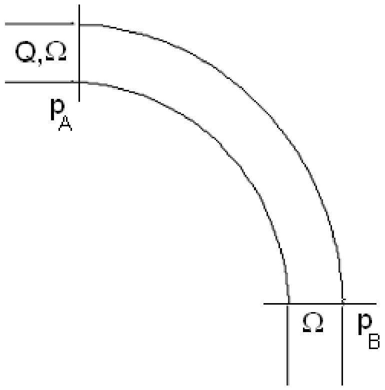
ESEMPIO 1

Nella condotta orizzontale *(si considera l'azione della gravità perpendicolare al foglio*) in figura, defluisce un'assegnata portata Q. Indicando con p_A e p_B le pressioni medie *(pressioni nei baricentri*) rispettivamente nelle sezioni A e B, e con Ω l'area della sezione (costante) della condotta, valutare, applicando il principio della quantità di moto in forma integrale, nel piano (x,y) la forza, esercitata dal fluido sul gomito.



R.: $F_x = p_A\Omega + \rho Q^2/\Omega$

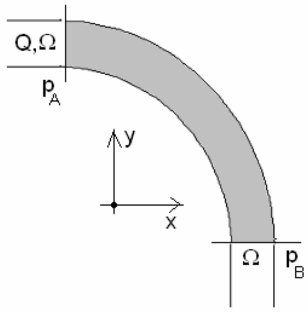
$F_y = p_B\Omega + \rho Q^2/\Omega$

Soluzione.

Dati: Q, p_A, p_B e Ω

Richiesta: $\overline{F}$ =(F_x,F_y)

- Individuazione volume di controllo.



- Applicazione principio della quantità di moto in forma integrale:

$$\overline{I} + \overline{M}_u - \overline{M} = \overline{G} + \overline{\Pi}$$

Esplicitandone le componenti x e y, si trova:

<u>componente x)</u> $\quad I_x + M_{ux} - M_{ix} = G_x + \Pi_x$

$I_x = 0$, (moto permanente - condizioni di regime)

$M_{ux} = \int_B \rho v_x(\overline{vn})dS_B = 0$ (il fluido esce dal volume di controllo solo attraverso la sezione B, ma la velocità in quella sezione ha solo componente y, $v_x|_B=0$).

$M_{ix} = \int_A \rho v_x(\overline{vn})dS_A = \int_\Omega \rho U_A U_A d\Omega = \rho U_A{}^2\Omega$

(il fluido entra nel volume di controllo solo attraverso la sezione A, ma la velocità in quella sezione ha solo componente x, $v_x|_A=U_A$).

$G_x = 0$, (essendo il piano orizzontale, il peso del fluido contenuto nel volume di controllo ha un'unica componente diretta lungo z)

$\Pi_x = \int_S t_x dS = \int_A t_x dS + \int_{Sl} t_x dS + \int_B t_x dS =$

Ho 3 superfici che delimitano il volume di controllo:

la superficie A: La forza che esercita il fluido all'esterno del volume di controllo sul fluido all'interno del volume di controllo è facilmente determinabile nota p_A.

$\int_A t_x dS = p_A \Omega$

la superficie B: La forza che esercita il fluido all'esterno del volume di controllo sul fluido all'interno del volume di controllo è facilmente determinabile nota p_B, tuttavia tale forza è diretta lungo y.

$\int_B t_x dS = 0$

la superficie laterale del gomito: Per il principio di azione e reazione la forza che esercita l'esterno sul fluido è uguale ed opposta alla forza che esercita il fluido sull'esterno, data la brevità del tratto si trascurano le dissipazioni. La componente x di tale forza è $-F_x$).

Quindi $\Pi_x = p_A \Omega - F_x$

e la componente x dell'equazione della quantità di moto si riduce ad essere:

$$-\rho U_A^2 \Omega = p_A \Omega - F_x .$$

Ripeto lo stesso procedimento per la componente y dell'equazione della quantità di moto in forma integrale:

componente y) $I_y + M_{uy} - M_{iy} = G_y + \Pi_y$

$I_y = 0$, (moto permanente - condizioni di regime)

$M_{uy} = \int_B \rho v_y (\overline{vn}) dS_B = \int_\Omega \rho(-U_B) U_B d\Omega = -\rho U_B^2 \Omega$ (il fluido esce dal volume di controllo solo attraverso la sezione B, ma la velocità in quella sezione ha solo componente y, $v_y|_B = -U_B$).

$M_{iy} = \int_A \rho v_y (\overline{vn}) dS_A = 0$ (il fluido entra nel volume di controllo solo attraverso la sezione A, ma la velocità in quella sezione ha solo componente x, $v_y|_A = 0$).

$G_y = 0$, (essendo il piano orizzontale, il peso del fluido contenuto nel volume di controllo ha un'unica componente diretta lungo z)

$\Pi_y = \int_S t_y dS = \int_A t_y dS + \int_{Sl} t_y dS + \int_B t_y dS =$

Ho 3 superfici che delimitano il volume di controllo:

la superficie A: La forza che esercita il fluido all'esterno del volume di controllo sul fluido all'interno del volume di controllo è facilmente determinabile nota p_A, tuttavia tale forza è diretta lungo x.

$\int_A t_y dS = 0$

la superficie B: La forza che esercita il fluido all'esterno del volume di controllo sul fluido all'interno del volume di controllo è facilmente determinabile nota p_B,

$\int_B t_y dS = +p_B \Omega$ *(tale forza è diretta verso la sezione B da cui il segno +)*

la superficie laterale del gomito: Per il principio di azione e reazione la forza che esercita l'esterno sul fluido è uguale ed opposta alla forza che esercita il fluido sull'esterno, data la brevità del tratto si trascurano le tensioni tangenziali e le dissipazioni. La componente y di tale forza è $-F_y$).

Quindi $\Pi_y = p_B \Omega - F_y$

e la componente y dell'equazione della quantità di moto si riduce ad essere:

$$-\rho U_B^2 \Omega = p_B \Omega - F_y .$$

Da queste relazioni posso calcolare le componenti x e y della spinta del fluido sul gomito:

$F_x = p_A \Omega + \rho U_A^2 \Omega$

$F_y = p_B\Omega + \rho U_B{}^2\Omega$

Restano da determinare le U_A e U_B ancora incognite! Si ricorre al principio di conservazione della massa.

- PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA:
  Essendo la densità del fluido costante esso si riduce alla:
  $Q_i=Q_u$
  dove avendo un'unica sezione d'ingresso (A) ed un'unica sezione d'uscita (B), $Q_i=Q_A=Q$
  e $Q_u=Q_B$
  da cui risulta che anche $Q_B=Q$.
  Inoltre dalla definizione di portata $Q=U\Omega$, ed essendo anche Ω costante in A e B, si deduce che $U_A=U_B=Q/\Omega$.

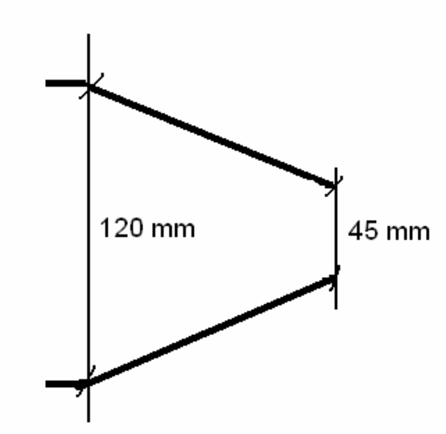
Sostituendo nelle espressioni per il calcolo di F_x e F_y, si ottiene:

$$F_x = p_A\Omega + \rho Q^2/\Omega$$

$$F_y = p_B\Omega + \rho Q^2/\Omega$$

ESERCIZIO 1

Calcolare la spinta esercitata da una corrente di acqua (densità 1000 kg/m^3) pari a 10 l/s nella lancia da incendio a sezione circolare convergente, in figura, trascurando gli attriti e le forze di massa.



R.: F_x=165 N, F_y = 0.

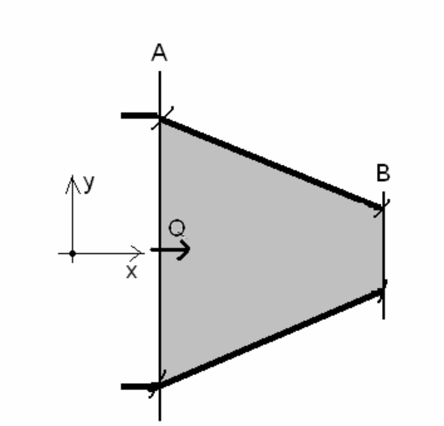
Soluzione.

Dati: Q=10 10^{-3}m^3/s= 10^{-2}m^3/s.

D_A = 0.12 m, D_B = 0.045 m Ω

Richiesta: $\overline{F}$ =(F_x,F_y).

- Individuazione volume di controllo.



- Applicazione principio della quantità di moto in forma integrale:

$$\overline{I} + \overline{M}_u - \overline{M} = \overline{G} + \overline{\Pi}$$

Esplicitandone le componenti x e y, si trova:

<u>componente x)</u> $I_x + M_{ux} - M_{ix} = G_x + \Pi_x$

$I_x = 0$, (moto permanente - condizioni di regime)

$$M_{ux} = \int_B \rho v_x (\overline{vn}) dS_B = \int_\Omega \rho U_B U_B d\Omega = \rho U_B{}^2 \Omega_B$$

(il fluido esce dal volume di controllo solo attraverso la sezione B, dove la velocità ha solo componente x, $v_x|_B = U_B$).

$$M_{ix} = \int_A \rho v_x (\overline{vn}) dS_A = \int_\Omega \rho U_A U_A d\Omega = \rho U_A{}^2 \Omega_A$$

(il fluido entra nel volume di controllo solo attraverso la sezione A, dove la velocità ha solo componente x, $v_x|_A = U_A$).

$G_x = 0$, (essendo il piano orizzontale, il peso del fluido contenuto nel volume di controllo ha un'unica componente diretta lungo z)

$\Pi_x = \int_S t_x dS = \int_A t_x dS + \int_{Sl} t_x dS + \int_B t_x dS =$

Ho 3 superfici che delimitano il volume di controllo:

la superficie A: La forza che esercita il fluido all'esterno del volume di controllo sul fluido all'interno del volume di controllo è facilmente determinabile nota p_A.

$\int_A t_x dS = p_A \Omega_A$

la superficie B: La forza che esercita il fluido all'esterno del volume di controllo sul fluido all'interno del volume di controllo è facilmente determinabile nota p_B.

$\int_B t_x dS = p_B \Omega_B = 0$ perche' la sezione B rappresenta uno sbocco e p_B=0 (pressione relativa).

la superficie laterale: Per il principio di azione e reazione la forza che esercita l'esterno sul fluido è uguale ed opposta alla forza che esercita il fluido sull'esterno, se si trascurano gli attriti. La componente x di tale forza è $-F_x$).

Quindi $\Pi_x = p_A \Omega - F_x$

e la componente x dell'equazione della quantità di moto si riduce ad essere:

$$\rho U_B^2 \Omega_B - \rho U_A^2 \Omega_A = p_A \Omega_A - F_x .$$

Ripeto lo stesso procedimento per la componente y dell'equazione della quantità di moto in forma integrale:

<u>componente y</u>) $I_y + M_{uy} - M_{iy} = G_y + \Pi_y$

$I_y = 0$, (moto permanente - condizioni di regime)

$M_{uy} = \int_B \rho v_y (\overline{v}\overline{n}) dS_B = 0$ (il fluido esce dal volume di controllo solo attraverso la sezione B, ma la velocità in quella sezione ha solo componente x, $v_y|_B$=0).

$M_{iy} = \int_A \rho v_y (\overline{v}\overline{n}) dS_A = 0$ (il fluido entra nel volume di controllo solo attraverso la sezione A, ma la velocità in quella sezione ha solo componente x, $v_y|_A$=0).

$G_y = 0$, (essendo il piano orizzontale, il peso del fluido contenuto nel volume di controllo ha un'unica componente diretta lungo z)

$\Pi_y = \int_S t_y dS = \int_A t_y dS + \int_{Sl} t_y dS + \int_B t_y dS =$

Ho 3 superfici che delimitano il volume di controllo:

la superficie A: La forza che esercita il fluido all'esterno del volume di controllo sul fluido all'interno del volume di controllo è facilmente determinabile nota p_A, tuttavia tale forza è diretta lungo x.

$\int_A t_y dS = 0$

la superficie B: La forza che esercita il fluido all'esterno del volume di controllo sul fluido all'interno del volume di controllo è facilmente determinabile nota p_B, tuttavia tale forza è diretta lungo x.

$\int_B t_y dS = 0$

la superficie laterale: Per il principio di azione e reazione la forza che esercita l'esterno sul fluido è uguale ed opposta alla forza che esercita il fluido sull'esterno, data la brevità del tratto si trascurano le tensioni tangenziali e le dissipazioni. La componente y di tale forza è $-F_y$).

Quindi $0 = -F_y$

e la componente y dell'equazione della quantità di moto si riduce ad essere:

$$F_y = 0 .$$

Da queste relazioni posso calcolare le componenti x e y della spinta del fluido sul gomito:

$$F_x = p_A \Omega_A + \rho U_A^2 \Omega_A - \rho U_B^2 \Omega_B$$

$$F_y = 0$$

Restano da determinare p_A, U_A e U_B ancora incognite! Si ricorre al principio di conservazione della massa e al principio di Bernoulli.

- PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA:
  Essendo la densità del fluido costante esso si riduce alla:
  $Q_i=Q_u$
  dove avendo un'unica sezione d'ingresso (A) ed un'unica sezione d'uscita (B), $Q_i=Q_A=Q$ e $Q_u=Q_B$
  da cui risulta che anche $Q_B=Q$.
  Inoltre dalla definizione di portata $Q=U\Omega$, si deduce che $U_A=Q/\Omega_A=4Q/(\pi D^2_A)$ ed $U_B=Q/\Omega_B=4Q/(\pi D^2_B)$.

Sostituendo nelle espressioni per il calcolo di F_x e F_y, si ottiene:

$$F_x = p_A\Omega_A + \rho Q^2/\Omega_A - \rho Q^2/\Omega_B$$

$$F_y = 0$$

- TEOREMA DI BERNOULLI: Si verificano le ipotesi:
  condizioni di regime → moto stazionario
  no attrito → fluido ideale
  campo gravitazionale → campo conservativo
  densità fluido constante → fluido barotropico
  Per cui scelta una qualsiasi linea di corrente tra la sezione A e B risulta:

$$H_B = z_B + \frac{U_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\gamma} \quad = \quad H_A = z_A + \frac{U_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma}.$$

  ma $z_B = z_A$ (la linea giace su un piano orizzontale) e $p_B=0$ (pressione relativa) da cui:

$$p_A = \rho\frac{U_B^2 - U_A^2}{2} = \rho\frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{\Omega_B^2} - \frac{1}{\Omega_A^2}\right).$$

Sostituendo nelle espressioni per il calcolo di F_x e F_y, si ottiene:

$$F_x = \rho\frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{\Omega_B^2} - \frac{1}{\Omega_A^2}\right)\Omega_A + \rho Q^2/\Omega_A - \rho Q^2/\Omega_B,\ F_y = 0$$

ovvero

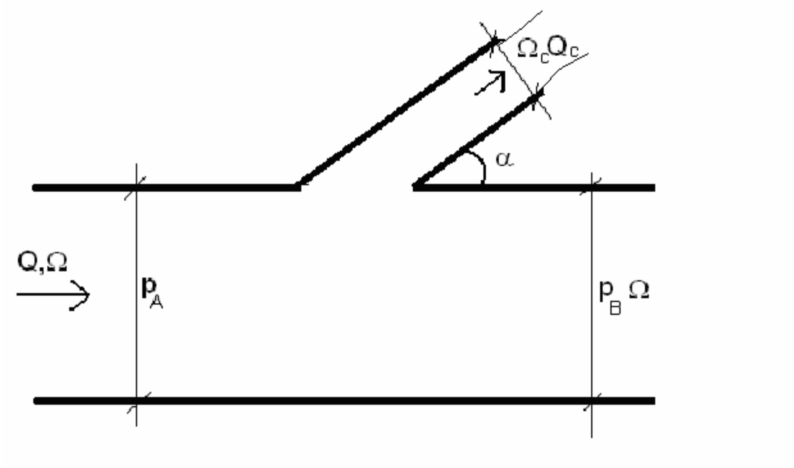
$$F_x = \rho\frac{Q^2}{2}\left(\frac{\Omega_A}{\Omega_B^2} - \frac{1}{\Omega_A} + \frac{2}{\Omega_A} - \frac{2}{\Omega_B}\right) = \rho\frac{Q^2}{2}\left(\frac{\Omega_A}{\Omega_B^2} + \frac{1}{\Omega_A} - \frac{2}{\Omega_B}\right) = \rho\frac{Q^2}{2}\left(\frac{\Omega_A^2 + \Omega_B^2 - 2\Omega_A\Omega_B}{\Omega_B^2\Omega_A}\right) = \rho\frac{Q^2}{2}\frac{\left(\Omega_A - \Omega_B\right)^2}{\Omega_B^2\Omega_A}$$

$$F_y = 0$$

Valori numerici: $U_A=0.88$ m/s, $U_B=6.29$ m/s, $p_A= 19376$ N/m^2, $F_x=165$ N.

ESERCIZIO 2

Dati α=30°, Q=10 l/s, Ω=0.6 m^2, p_A= p_B= 10^4 N/m^2 e Ω_c=0.05 m^2, calcolare la portata Q_c applicando il principio della quantità di moto in forma integrale al volume di controllo in figura. Si assuma l'azione della gravità perpendicolare al foglio e si trascurino gli attriti.



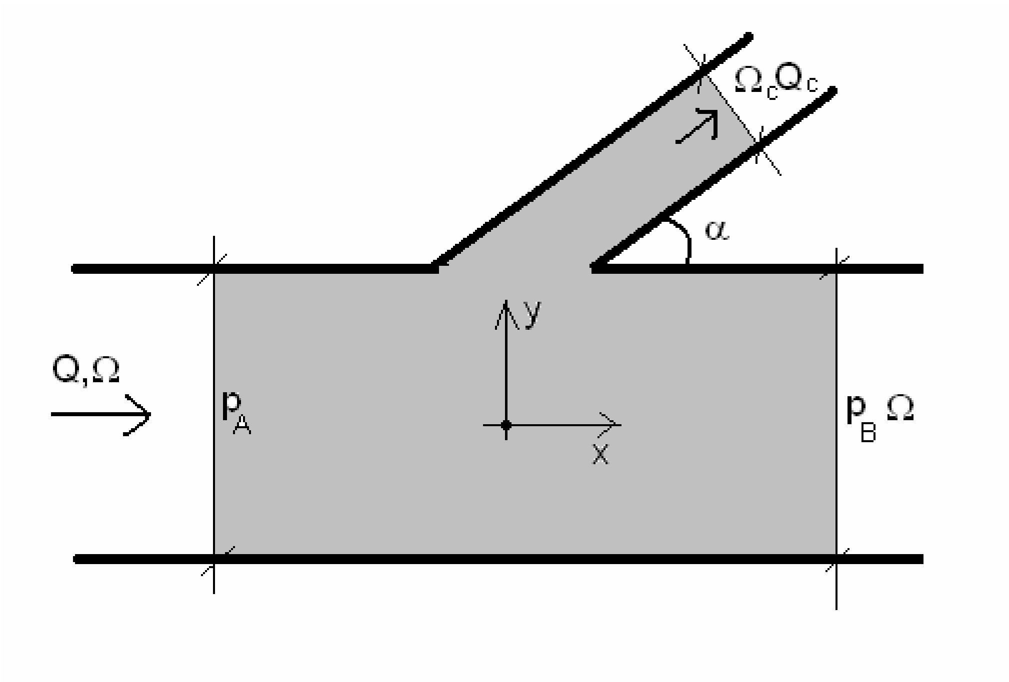
R.: Q_c =2 l/s.

Soluzione.

Dati: α=30°, Q=Q_A=10 l/s, Ω=Ω_A=Ω_B=0.6 m^2, p_A= p_B= 10^4 N/m^2 e Ω_c=0.05 m^2

Richiesta: Q_c.

- Individuazione volume di controllo.



- Applicazione principio della quantità di moto in forma integrale:

$$\overline{I} + \overline{M}_u - \overline{M}_i = \overline{G} + \overline{\Pi}$$

Esplicitandone la componente x, si trova:

<u>componente x)</u> $I_x + M_{ux} - M_{ix} = G_x + \Pi_x$

$I_x = 0$, (moto permanente - condizioni di regime)

$$M_{ux} = \int_B \rho v_x (\overline{v}\overline{n}) dS_B + \int_C \rho v_x (\overline{v}\overline{n}) dS_C = \int_\Omega \rho U_B U_B d\Omega + \int_\Omega \rho U_C \cos\alpha U_C d\Omega_C = \rho U_B{}^2 \Omega +$$

$+\rho U_c^2 \Omega_C \cos\alpha$

(il fluido esce dal volume di controllo attraverso le sezione B e C, dove le velocità hanno componenti x, $v_x|_B=U_B$, $v_x|_C=U_C \cos\alpha$).

$M_{ix} = \int_A \rho v_x (\overline{v}\overline{n}) dS_A = \int_\Omega \rho U_A U_A d\Omega = \rho U_A{}^2 \Omega$

(il fluido entra nel volume di controllo solo attraverso la sezione A, dove la velocità ha solo componente x, $v_x|_A=U_A$).

$G_x = 0$, (essendo il piano orizzontale, il peso del fluido contenuto nel volume di controllo ha un'unica componente diretta lungo z)

$\Pi_x = \int_S t_x dS = \int_A t_x dS + \int_{Sl} t_x dS + \int_B t_x dS =$

Ho più superfici che delimitano il volume di controllo:

la superficie A: La forza che esercita il fluido all'esterno del volume di controllo sul fluido all'interno del volume di controllo è facilmente determinabile nota p_A.

$\int_A t_x dS = p_A \Omega_A = p_A \Omega$

la superficie B: La forza che esercita il fluido all'esterno del volume di controllo sul fluido all'interno del volume di controllo è facilmente determinabile nota p_B.

$\int_B t_x dS = -p_B \Omega_B = -p_B \Omega$ (il segno – deriva dal fatto che la pressione del fluido esterno agisce nel verso contrario ad x)

la superficie C: La forza che esercita il fluido all'esterno del volume di controllo sul fluido all'interno del volume di controllo è facilmente determinabile nota p_C.

$\int_B t_x dS = p_C \Omega_C \quad = 0$ perché la sezione C rappresenta uno sbocco e $p_C=0$ (pressione relativa).

la superficie laterale: se si trascurano gli attriti. La componente x delle forze che l'esterno esercita sul contorno del volume di controllo è nulla).

Quindi $\Pi_x = p_A \Omega - p_B \Omega$

e la componente x dell'equazione della quantità di moto si riduce ad essere:

$$\rho U_B{}^2 \Omega + \rho U_C{}^2 \Omega_C \cos\alpha - \rho U_A{}^2 \Omega = p_A \Omega - p_B \Omega .$$

Per definizione risultano:

$U_A=Q/\Omega$, $U_B=Q_B/\Omega$, $U=Q_C/\Omega_C$

$$\rho Q_B{}^2/\Omega + \rho Q_C{}^2/\Omega_C \cos\alpha - \rho Q^2/\Omega = p_A \Omega - p_B \Omega$$

Per calcolare Q_C resto da determinare Q_B ancora incognita! Si ricorre al principio di conservazione della massa. Non serve dunque ricorrere alla componente y dell'equazione della quantità di moto in forma integrale:

- PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA:
  Essendo la densità del fluido costante esso si riduce alla:
  $Q_i=Q_u$
  dove avendo un'unica sezione d'ingresso (A) e due sezioni d'uscita (B e C), $Q_i=Q_A=Q$ e $Q_u=Q_B+Q_C$
  da cui risulta che anche $Q_B=Q-Q_C$.

Sostituendo nell'espressione sopra si ottiene:

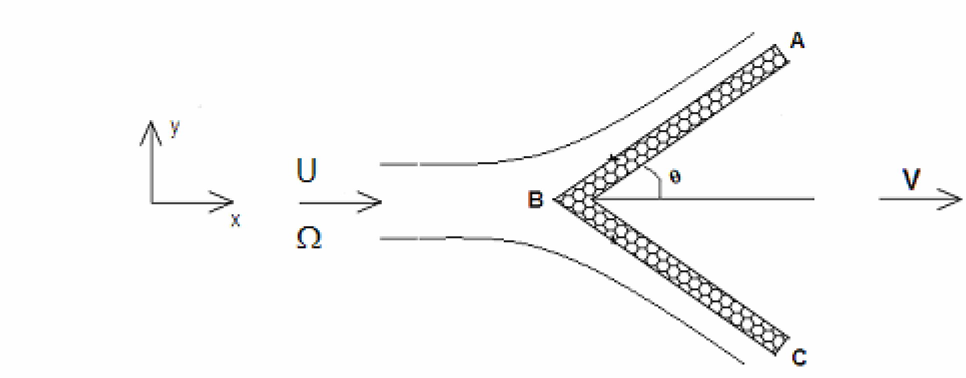
$$\rho(Q-Q_C)^2/\Omega + \rho Q_C{}^2/\Omega_C \cos\alpha - \rho Q^2/\Omega = p_A \Omega - p_B \Omega$$

$$Q_C^2\left(\frac{1}{\Omega}+\frac{\cos\alpha}{\Omega_C}\right) - 2\frac{QQ_C}{\Omega} - \frac{\Omega}{\rho}(p_A - p_B) = 0$$

Valori numerici: $U_A=0.016$ m/s, $U_B=0.013$ m/s, $Q_c=2$ l/s.

ESERCIZIO 3

Rispetto al sistema di riferimento assegnato (x,y,z), un getto di sezione Ω è animato da una velocità orizzontale U. Il getto viene diviso simmetricamente come illustrato in figura da un oggetto che rispetto al sistema di riferimento si muove con velocità (V,0,0). Trascurando gli effetti viscosi, calcolare la forza esercitata dal getto sul corpo e dire se il getto compie lavoro. In caso affermativo, valutare la potenza ceduta dal getto al corpo.



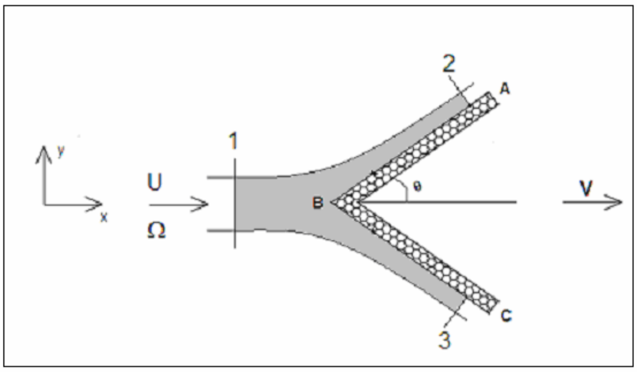
R.: $F_x = \rho(U-V)^2\Omega(1-\cos\vartheta)$, compie lavoro, $P = \rho(U-V)^2 V\Omega(1-\cos\vartheta)$

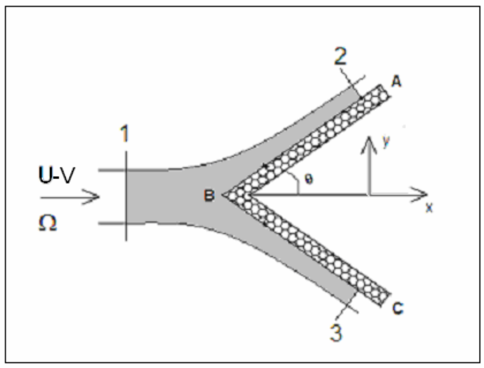
Soluzione.

Dati: θ, V, $U=U_1$, $\Omega=\Omega_1$, inoltre risultano $\Omega_2=\Omega_3$ $U_2=U_3$ $Q_2=Q_3$ per simmetria del problema

Richiesta: F_x (F_y=0 per simmetria del problema)

- Individuazione volume di controllo. Considero un volume di controllo solidale con la piastra.





In questo modo il problema si riduce ad essere equivalente a quello relativo ad un getto caratterizzato da una velocità pari a U-V che colpisce una piastra ferma, ovvero:

Dati: θ, U_1=U-V, $\Omega=\Omega_1$ $\Omega_2=\Omega_3$ $U_2=U_3$ $Q_2=Q_3$

Richiesta: F_x (F_y=0 per simmetria del problema)

- Applicazione principio della quantità di moto in forma integrale:

$$\overline{I} + \overline{M}_u - \overline{M}_i = \overline{G} + \overline{\Pi}$$

Esplicitandone la componente x, si trova:

<u>componente x)</u> $I_x + M_{ux} - M_{ix} = G_x + \Pi_x$

$I_x = 0$, (moto permanente - condizioni di regime)

$$M_{ux} = \int_2 \rho v_x(\overline{v}\overline{n})dS_2 + \int_3 \rho v_x(\overline{v}\overline{n})dS_3 = \int_{\Omega_2} \rho U_2 U_2 \cos\vartheta d\Omega + \int_{\Omega_3} \rho U_3 \cos\vartheta U_3 d\Omega = \rho U_2{}^2\Omega_2\cos\vartheta +$$

$+ \rho U_3^2\Omega_3\cos\vartheta$ $= 2\rho U_2^2\Omega_2\cos\vartheta$ (il fluido esce dal volume di controllo attraverso le sezione 2 e 3, dove le velocità hanno componenti x, $v_x|_2=U_2\cos\theta$, $v_x|_3=U_3\cos\theta$).

$M_{ix} = \int_A \rho v_x (\overline{v n}) dS_A = \int_{\Omega_1} \rho U_1 U_1 d\Omega = \rho (U-V)^2 \Omega$

(il fluido entra nel volume di controllo solo attraverso la sezione 1, dove la velocità ha solo componente x, $v_x|_1$=U).

$G_x = 0$, (essendo il piano orizzontale, il peso del fluido contenuto nel volume di controllo ha un'unica componente diretta lungo z)

$\Pi_x = \int_S t_x dS = \int_{\Omega 1} t_x dS + \int_{Sl} t_x dS + \int_{\Omega 2} t_x dS + \int_{\Omega 3} t_x dS =$

Ho più superfici che delimitano il volume di controllo:

la superficie 1: La forza che esercita il fluido all'esterno del volume di controllo sul fluido all'interno del volume di controllo è facilmente determinabile nota p_1. Essa nel caso in esame è nulla essendo il getto a superficie libera

$\int_A t_x dS = p_1 \Omega_1 = p_1 \Omega = 0$

le superfici 2 e 3: La forza che esercita il fluido all'esterno del volume di controllo sul fluido all'interno del volume di controllo sono facilmente determinabili note p_2 e p_3. Anche in questo caso le pressioni sono nulle perché il moto è a superficie libera.

$\int_{\Omega 2} t_x dS + \int_{\Omega 3} t_x dS = -p_2 \Omega_2 - p_3 \Omega_3 = 0$

la superficie laterale: se si trascurano gli attriti, la componente x delle forze che l'esterno esercita sul contorno del volume di controllo è proprio $-F_x$.

quindi $\Pi_x = -F_x$

e la componente x dell'equazione della quantità di moto si riduce ad essere:

$$2 \rho U_2{}^2 \Omega_2 \cos \vartheta - \rho (U-V)^2 \Omega = -F_x .$$

Per calcolare F_x restano da determinare Ω_2 e U_2 ancora incognite! Si ricorre al principio di conservazione della massa ed al teorema di Bernoulli. Data la simmetria del problema, non serve dunque ricorrere alla componente y dell'equazione della quantità di moto in forma integrale (F_y=0).

- TEOREMA DI BERNOULLI: Si verificano le ipotesi:
  condizioni di regime → moto stazionario
  no attrito → fluido ideale
  campo gravitazionale → campo conservativo
  densità fluido costante → fluido barotropico
  Per cui scelta una qualsiasi linea di corrente tra le sezioni 1 e 2 risulta:
  $$H_1 = z_1 + \frac{U_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} \qquad = \qquad H_2 = z_2 + \frac{U_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} .$$
  ma $z_1 = z_2$ (la linea giace su un piano orizzontale) e p_1=p_2=0 (pressione relativa) da cui:
  U_1=U_2=U-V.
- PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA:
  Essendo la densità del fluido costante esso si riduce alla:
  Q_i=Q_u
  dove avendo un'unica sezione d'ingresso (1) e due sezioni d'uscita (2 e 3), Q_i=Q_1=Q
  e Q_u=Q_2 + Q_3 =$2Q_2$
  ovvero:
  (U-V)Ω=2Ω_2 U_2
  ma ricordando che il teorema di Bernoulli suggerisce che U_1=U_2 risulta Ω_2=Ω/2.

Sostituendo nelle espressioni per il calcolo di F_x si ottiene:

$$\rho (U-V)^2 \Omega \cos \vartheta - \rho (U-V)^2 \Omega = -F_x \text{ da cui } F_x = \rho (U-V)^2 \Omega (1-\cos \vartheta)$$

Il getto compie lavoro, essendo quest'ultimo definito come una forza per uno spostamento.

La potenza ceduta dal getto al corpo è: P=L/t=F S/t= F V= $\rho (U-V)^2 V \Omega (1-\cos \vartheta)$