Lezione 5
L'EQUAZIONE DI STATO

- Per i cosidetti fluidi termodinamici, lo stato del fluido (le sue caratteristiche) dipende da due variabili, dette variabili di stato. Le due variabili di stato possono essere scelte arbitrariamente, essendo tutte le altre caratteristiche del fluido legate alle due scelte da equazioni dette "equazioni di stato". Spesso come variabili di stato vengono scelte:

  1) la pressione p

  2) la temperatura T

  Si ha quindi

$$\rho = \rho(p,T)$$

  che è l'equazione di stato che lega la densità alla pressione e alla temperatura. L'equazione evidenzia che variando la pressione e/o la temperatura varia la densità del fluido. Ogni fluido è caratterizzato da una diversa equazione; cioè la sua densità può variare in modo più o meno significativo al variare della pressione e della temperatura.

- In forma differenziale l'equazione di stato può essere scritta nella forma

$$d\rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right) dp + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right) dT$$

  L'equazione precedente può essere riscritta introducendo il coefficiente di comprimibilità isotermo e quello di dilatabilità isobaro

- Coefficiente di comprimibilità isotermo

$$\in^{-1} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)$$

- Coefficiente di dilatabilità isobaro

$$\alpha = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)$$

L'equazione diviene

$$d\rho = \rho\left(\in^{-1}\, d\,p - \alpha\, dT\right)$$

- Essendo proprietà del fluido, $\in$ e α a loro volta dipendono da p e T. Tuttavia se le variazioni di p e T non sono elevate, $\in$ e α possono essere considerati costanti e pari a $\in_0$, α_0 .

Segue

$$\frac{d\rho}{\rho} = \in_0^{-1}\, d\,p - \alpha_0\, dT$$

$$\Downarrow$$

$$\ell n\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = \in_0^{-1}\left(p - p_0\right) - \alpha_0\left(T - T_0\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\rho = \rho_0 \quad e^{\in_0^{-1}(p - p_0) - \alpha_0 (T - T_0)}}$$

dove ρ_0 è la densità alla pressione p_0 e alla temperatura T_0.

L'equazione precedente può essere considerata come equazione di stato in quelle situazioni in cui le variazioni di p e T non sono rilevanti.

Per valori della pressione e della temperatura pari a quelli ambientali (es.: $p = 1,013 \ \ 10^5 Pa, T = 20^0 C$), i valori di $\in_0$ e α_0 per l'acqua sono molto grandi e molto piccoli rispettivamente ($\in_0 = 2.178 \ 10^9 N/m^2, \ \alpha_0 = 20.66 \ 10^{-5} \ {}^\circ K^{-1}$). Per variazioni di pressione piccole rispetto a $\in_0$ e per variazioni di temperatura piccole rispetto a α_0^{-1}, è possibile approssimare $e^{\in_0^{-1}(p-p_0)-\alpha_0(T-T_0)}$ con 1 e considerare il valore di ρ costante e pari a ρ_0.

Considerazioni analoghe possono essere fatte anche per altri fluidi tenendo presente che per assumere $\rho \cong \rho_0$ è necessario che siano piccole (molto minori di 1) le quantità $(p - p_0)/\in_0$ e $\alpha_0(T - T_0)$.

- Esistono altre forme di equazione di stato, valide per fluidi o casi particolari. Ad esempio per un gas perfetto che subisce una trasformazione isoterma l'equazione di stato diviene

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0}$$

essendo p_0 e ρ_0 la pressione e la densità di riferimento. (NOTA 1)[1]

---

[1] NOTA 1

A temperatura $T = 15°C$ e pressione $p = 1.013 \ \ 10^5 Pa$ si ha:

Densità dell'acqua uguale a $9.99 \ \ 10^2 Kg/m^3$

Densità dell'olio lubrificante uguale a $8.67 \ \ 10^2 Kg/m^3$

Densità dell'aria uguale a $1.22 \ \ Kg/m^3$

Densità del mercurio uguale a $1.36 \ \ 10^4 Kg/m^3$