

Introduzione Nel presente lavoro abbiamo indagato la nascita di instabilità elastiche nel limite di numeri di Reynolds arbitrariamente piccoli per il flusso parallelo di Kolmogorov (si veda Fig. 1). Questo tipo di instabilità sono ad oggi note emergere sia a livello teorico sia sperimentale nei fluidi viscoelastici, descritti da modelli elastico-lineari come Oldroyd-B o da altri più complicati come FENE-p. La transizione ordine-disordine della struttura non-Newtoniana indotta dalla risposta al taglio non istantanea e la corrispondente crescita della viscosità sono gli ingredienti cruciali per fare emergere tali instabilità. Queste ultime due caratteristiche appartengono ai fluidi cosiddetti reopettici. Instabilità a Reynolds arbitrariamente bassi non emergono in fluidi di tipo shear-thickening o shear-thinning per via della loro risposta istantanea alle deformazioni della struttura. Lo stesso accade nel caso tissotropico, sebbene in questo tipo di fluidi la risposta non sia istantanea esattamente come accade nei reopettici. Questi risultati potrebbero avere applicazione in tutte le situazioni dove le instabilità idrodinamiche sono inibite a causa dell'assenza di inerzia, come ad esempio nei flussi in microcanali o nella biofluidodinamica oculare o in vasi sanguigni. Opportune soluzioni di fluidi non-Newtoniani (non necessariamente viscoelastiche) potrebbero quindi essere utili per ottenere mixing in questi regimi.

$$\mathbf{V} = \left(U \sin \frac{y}{L}, 0 \right)$$

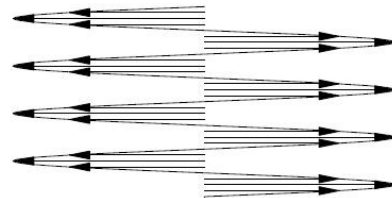


Fig. 1: Profilo del flusso di Kolmogorov.

Metodologia Il nostro studio è concentrato sull'analisi di stabilità lineare intorno al flusso di Kolmogorov. A tal fine, abbiamo utilizzato metodi numerici (risolvendo il problema agli autovalori generalizzato generato dall'analisi di stabilità), metodi perturbativi a scale multiple e considerazioni sull'energia dei vari modelli reologici coinvolti.

Siamo partiti considerando dapprima il modello di Carreau-Bird (1987), il quale dipende dai due nuovi parametri n e Γ e che descrive fluidi la cui viscosità cresce istantaneamente (shear-thickening, $n > 1$) o decresce (shear-thinning, $n < 1$) con i gradienti di velocità (legati a D_{ij}):

$$\eta = \eta_{\infty} (1 + 4\Gamma^2 D_{ij} D_{ij})^{(n-1)/2}$$

Osservato che la differenza sostanziale tra questo modello e quello viscoelastico sia proprio la presenza nel secondo di una costante di tempo elastica, che fa sì che il fluido risponda a variazioni del flusso non istantaneamente, si è passati a generalizzare il modello di Carreau-Bird ai casi reopettici e tissotropici. Per ottenere questo abbiamo incluso un nuovo campo scalare che modella le proprietà della struttura (Mewis, & Wagner, 2009) con una propria dinamica e un proprio tempo caratteristico (regolato dal parametro De) e lo abbiamo accoppiato all'equazione della velocità inserendo una viscosità dipendente da questo parametro:

$$\eta = \eta_{\infty} (1 + \lambda)^{(n-1)/2} \quad De \frac{d\lambda}{dt} = -\lambda + 4\Gamma^2 D_{ij} D_{ij}$$

Su questo nuovo modello abbiamo effettuato le stesse analisi del caso di Carreau-Bird e verificato le conseguenze della presenza di un tempo caratteristico di risposta non nullo ($De > 0$).

Risultati Dalla prima parte di analisi sul modello di Carreau-Bird emerge che sebbene nel caso shear-thinning il flusso tenda a esser meno stabile a livello lineare allontanandosi dal caso newtoniano, esso non contiene mai instabilità a Reynolds arbitrariamente piccoli; nel caso shear-thickening il numero di Reynolds critico aumenta allontanandosi dal caso newtoniano stabilizzando sempre più il flusso (Fig. 2). Questi risultati sono confermati sia numericamente tramite analisi spettrale sia analiticamente tramite scale multiple. Le instabilità risultano della stessa fattura di quelle newtoniane: della stessa periodicità del flusso base e trasverse in media rispetto ad esso e quindi aventi lunghezza d'onda molto maggiori di quella del flusso base. Nel caso a risposta temporale finita invece si ottengono instabilità a Reynolds arbitrariamente vicini a zero e catturate perfettamente anche dal metodo a scale multiple (Figs. 2-3). Questo suggerisce che, almeno in regime lineare, l'instabilità di tipo elastico non è associata a fenomeni di allineamento (la dinamica della viscosità apparente ora è governata da un campo scalare), ma soltanto al fatto che la viscosità aumenti nel tempo per il flusso in questione in un tempo finito.

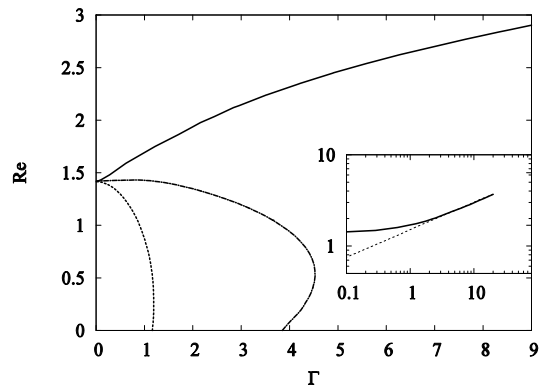


Fig. 2: Curve marginali nel piano $Re - \Gamma$ e $n = 1.3$ per $De = 0$ (—) che rappresenta il caso shear-thickening puro, $De = 3.5$ (- - -) e $De = 5$ (· · ·). Inset: log-log plot per il caso $De = 0$ (—) mostrante una crescita monotona a potenza.

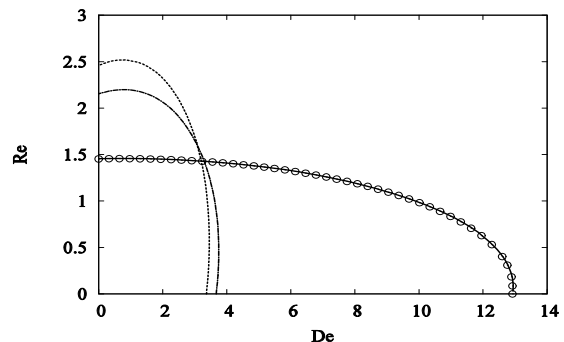


Fig. 3: Curve marginali nel piano $Re - De$ per $n = 1.3$ e $\Gamma = 0.3$ (—), $\Gamma = 3$ (- - -), e $\Gamma = 5$ (· · ·). La predizione dell'analisi a scale multiple è rappresentata con (ooo).

Riferimenti bibliografici

- S. Boi, A. Mazzino, J. O. Pralits (2013), Minimal model for zero-inertia instabilities in shear-dominated non-newtonian flows, *Physical Review E*, 88, 033007
 J. H. Siggers, C. Ross Ethier (2011), Fluid Mechanics of the Eye, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 44, 347-372
 R. Repetto, A. Stocchino, and C. Cafferata (2005) Experimental investigation of vitreous humour motion within a human eye model, *Phys. Med. Biol.*, 50, 4729-4743
 J. Mewis, N. J. Wagner (2009), Thixotropy, *Advances in Colloid and Interface Science*, 147-148, 214-227
 G. Boffetta, A. Celani, A. Mazzino, A. Puliafito, M. Vergassola (2005), The viscoelastic Kolmogorov flow: eddy viscosity and linear stability, *Journal of Fluid Mechanics*, 523, 161-170
 L. Pan, A. Morozov, C. Wagner, P. E. Arratia (2013), *Nonlinear Elastic Instability in Channel Flows at Low Reynolds Numbers*, *Physical Review Letters* 110, 174502
 P. Tabeling (2005), *Introduction to Microfluidics* (Oxford University Press).
 R. Bird, R. Armstrong, O. Hassager (1987), *Dynamics of Polymeric Liquids* (Wiley, New York).
 A. Deshpande, J. Krishnan, P. Sunil Kumar (2010), *Rheology of complex fluids* (Springer).
 B.A. Bensoussan, J. L. Lions, and G. Papanicolaou (1978), *Asymptotic Analysis for Periodic Structures* (North-Holland).