UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA

SCUOLA POLITECNICA

DIME

Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Energetica, Gestionale e dei Trasporti



TESI DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA

La geometria della testa dell'aerospike influisce sulla resistenza e protezione termica nel volo ipersonico ?

Relatore: Prof. Ing. Jan Oscar Pralits

Correlatore: Ing. Roberto Carbone

> Allievo: Sebastiano Raggi

Dicembre 2024

Abstract

The aim of this work is to study the operation of the static device known as an *aerospike*, applied to a hypersonic cruise vehicle to reduce temperature and friction on its frontal surface. To this end, several computational fluid dynamics simulations were carried out using the commercial software Ansys 2024 R2, employing a two-dimensional model.

After validating the mesh, the flow conditions and the thermofluidynamic quantities of interest were analyzed. In order to define the optimal dimensions of the device, a parametric study was conducted on both the length of the *spike* and the diameter of the *aerodisk*, which is the head positioned at the top of the device. Finally, the study progressed to different geometries of the aerodisk, maintaining the same diameter.

This thesis forms part of a more extensive article created by Eng. Roberto Carbone and presented at IAC 2024 in Milan [1].

Sommario

L'obiettivo di questo lavoro è studiare il funzionamento del dispositivo statico noto come *aerospike*, applicato ad un veicolo da crociera ipersonico per ridurre temperatura e attrito sulla superficie frontale dello stesso. A tale scopo, sono state effettuate diverse simulazioni di fluidodinamica computazionale con il software commerciale Ansys 2024 R2, usando un modello bi-dimensionale.

Dopo aver validato la *mesh*, sono state analizzate le condizioni di flusso e le grandezze termofluidodinamiche di interesse. Con lo scopo di definire le dimensioni ottimali del dispositivo è stato eseguito uno studio parametrico sia sulla lunghezza dello *spike* che sul diametro dell'*aerodisk* ovvero la testa posizionata sulla sommità del dispositivo. Per ultimo, si è passati allo studio di differenti geometrie di *aerodisk*, a parità di diametro.

La seguente tesi è andata a comporre parte di un articolo più esteso realizzato dall'Ing. Roberto Carbone e presentato ad IAC 2024 a Milano [1].

Ringraziamenti

Ringrazio il Prof. Pralits e l'Ing. Carbone per avermi concesso questa bellissima opportunità di tesi, è stata un'occasione di crescita e di miglioramento nell'ambito della fluidodinamica computazionale. Ringrazio la mia famiglia e i miei amici per avermi supportato soprattutto nei momenti più difficili. Grazie a DOPE Aerospace per avermi dato un obiettivo costante, una motivazione a fare il massimo giorno dopo giorno.

Indice

| 1 | Introduzione | 1 |
|---|--|---|
| 2 | Fludodinamica computazionale 2.1 Funzionamento generale | 3 3 4 5 6 |
| 3 | Geometria 3.1 Modello Aerospike 3.2 Definizione del dominio di calcolo | 8 8 9 |
| 4 | Mesh | 11 |
| 5 | Setup Ansys Fluent5.1Impostazioni generali5.2Materiali5.3Modello di turbolenza k - ω SST5.3.1Equazioni del modello k - ω SST5.3.2Viscosità Turbolenta5.3.3Termini di Correzione nel Modello $k - \omega$ SST5.3.4Costanti5.5Metodi e controlli5.6Controllo della convergenza5.6.1Scaled residuals5.7Strato limite y^+ & u^+ 5.8Validazione del modello5.8.1Schlieren5.8.2Mesh indipendency | 14 14 15 16 17 17 17 17 17 17 21 21 22 23 27 27 28 |
| 6 | Risultati6.1Approfondimento sul viscous drag6.2Studio parametrico diametro testa Aerospike6.3Studio parametrico lunghezza Aerospike6.4Studio con differenti geometrie Aerodisk | 32 32 35 39 42 |

7 Conclusioni e sviluppi futuri

Elenco delle figure

| 1.1 | Trident Aerospike 2 |
|------|---|
| 2.1 | Piramide simulazioni CFD |
| 3.1 | Huebner Aerospike |
| 3.2 | Modello 3d |
| 3.3 | Dominio complessivo |
| 3.4 | Dettaglio del contorno Aerospike |
| 4.1 | Mesh quad dominant |
| 4.2 | Numero totale di celle e nodi |
| 4.3 | All quad method |
| 4.4 | Internal mesh |
| 4.5 | Dettaglio disk |
| 4.6 | Dettaglio cupola |
| 5.1 | Impostazioni generali |
| 5.2 | Proprietà dell'aria |
| 5.3 | Condizioni al contorno |
| 5.4 | Metodi e controlli |
| 5.5 | Hybrid initialization |
| 5.6 | Scaled residuals |
| 5.7 | Mass flow rate |
| 5.8 | Drag value iteration |
| 5.9 | Condizioni addizionali di convergenza |
| 5.10 | Strato limite rispetto a y^+ |
| 5.11 | u^+ in funzione di y^+ ideale |
| 5.12 | u^+ in funzione di y^+ reale $\ldots \ldots \ldots$ |
| 5.13 | Schlieren sperimentale |
| 5.14 | Schlieren computazionale |
| 5.15 | Zone della mesh |
| 5.16 | Temperature mesh indipendency |
| 5.17 | Drag mesh indipendency |
| 6.1 | Visualizzazione zona di ricircolo - pathlines |
| 6.2 | Visualizzazione zona di ricircolo - vector plot |
| 6.3 | Contour plot Mach number |
| 6.4 | Temperature dome distribution - different diameters |

| 6.5 | Total temperature plot | 36 |
|------|---|----|
| 6.6 | Pressure dome distribution - different diameters | 37 |
| 6.7 | Pressione statica $D = 38.10mm$ | 37 |
| 6.8 | Pressione statica $D = 14.68mm$ | 38 |
| 6.9 | Pressione statica in assenza della testa | 38 |
| 6.10 | Pressure dome distribution - different lenghts | 39 |
| 6.11 | Pressione totale con $L/D = 1$ | 40 |
| 6.12 | Pressione totale con $L/D = 8$ | 40 |
| 6.13 | Temperature dome distribution - different lenghts | 41 |
| 6.14 | Comparazione temperatura totale $L/D = 1$ e $L/D = 8$ | 41 |
| 6.15 | Comparazione geometria delle teste | 42 |
| 6.16 | Pressure dome distribution - different heads | 42 |
| 6.17 | Temperature dome distribution - different heads | 43 |
| 6.18 | Distrubuzione di densità - testa a cuspide | 43 |
| 6.19 | Distrubuzione di densità - testa a semisfera | 44 |

Elenco delle tabelle

| 4.1 | Parametri della mesh | 12 |
|-----|--|----|
| 5.1 | Mesh indipendency | 29 |
| 6.1 | Viscous drag | 33 |
| 6.2 | Temperatura e drag rispetto a teste di diametro differente | 35 |
| 6.3 | Temperatura e drag rispetto a lunghezze diverse | 39 |
| 6.4 | Temperatura e drag rispetto a teste differenti | 42 |

Capitolo 1

Introduzione

Razzi, veicoli spaziali e mezzi per l'esplorazione interplanetaria sono esempi di veicoli che operano a velocità ipersoniche, dove è fondamentale avere una forma tozza per ospitare strumenti e personale a bordo. Questa forma, tipicamente simile a una cupola, consente di dissipare naturalmente una notevole quantità di energia cinetica, risultando vantaggiosa durante le fasi di decelerazione e facilitando un rientro sicuro.

Nonostante l'importanza di questo volume e i benefici che offre, ci sono diverse criticità legate al suo utilizzo, che necessitano di una soluzione. La forma tozza genera un elevato attrito aerodinamico e provoca un forte surriscaldamento durante il lancio e il volo, problemi aggravati dalla creazione di un'onda d'urto normale alla cupola. Questo porta a un significativo aumento del carico di pressione, che richiede strutture molto resistenti. Inoltre, le alte temperature superficiali causano ablazione del materiale e possono danneggiare i componenti elettronici. Il riscaldamento dell'aria attorno al veicolo può anche portare alla ionizzazione, interrompendo le comunicazioni.

È quindi chiaro che è necessario adottare tecniche o dispositivi per ridurre temperatura e attrito. Una diminuzione dell'attrito aerodinamico non solo risolverebbe le problematiche precedentemente citate, ma porterebbe anche a un minore consumo di carburante, semplificherebbe il sistema di propulsione, aumenterebbe l'autonomia di volo e consentirebbe di trasportare un carico maggiore al decollo. Riducendo la temperatura, si potrebbe anche limitare l'uso di dispositivi di protezione termica (TPS), contribuendo così a un ulteriore alleggerimento del veicolo [2].

Il dispositivo statico noto come aerospike, costituito nella sua versione più semplice da un'ago coassiale all'asse della fusoliera posizionato in corrispondenza del punto di ristagno, rappresenta una possibile soluzione. L'onda d'urto generata risulta più debole poiché obliqua rispetto al velivolo. Inoltre, si forma una zona di ricircolo a valle che, schermando la fusoliera, aiuta a ridurre i carichi di temperatura e pressione, in particolare sulla sommità del veicolo. La geometria del veicolo appare più affusolata, ciò consente un'ulteriore riduzione del drag. In generale, ciò comporta un miglioramento dell'efficienza e delle condizioni di sicurezza del veicolo [3].

Le prestazioni del dispositivo possono essere ulteriormente ottimizzate aggiungendo alla sua estremità un aerodisk, che può avere forme e dimensioni diverse (conica, sferica, piatta o geometrie più complesse). L'adozione di un aerodisk garantisce un funzionamento efficace dello spike su un ampio intervallo di Mach, stabilizzando la separazione dello strato limite vicino alla parte anteriore dell'aerospike e creando la regione di ricircolo che protegge il muso del veicolo.





In questa tesi verranno analizzati i vantaggi dell'aerospike attraverso simulazioni di un caso bidimensionale, utilizzando il software di fluidodinamica computazionale Ansys 2024 R2 per la creazione della geometria e della mesh. Dopo la descrizione e la validazione del modello, saranno presentati grafici di parametri chiave come temperatura statica, pressione e velocità, oltre ai valori medi del coefficiente di attrito e della temperatura statica sulla cupola del veicolo. Confrontando questi risultati si potrà effettuare uno studio parametrico sul diametro dell'aereodisk e sulla lunghezza dello spike in modo da trovare la configurazione ottimale. Per ultimo, verrà condotta una comparazione relativa a diverse geometrie dell'aerodisk.

Capitolo 2

Fludodinamica computazionale

In questo capitolo vedremo un breve descrizione della teoria dietro ad una simulazione CFD e dei modelli semplificativi da noi impiegati.

2.1 Funzionamento generale

La fluidodinamica computazionale è l'analisi delle equazioni che descrivono il movimento dei fluidi e scambio di calore attraverso l'uso di simulazioni tramite il computer. Questo strumento permette di simulare i trasferimenti di massa e calore o le reazioni chimiche e fisiche in cui sono coinvolte le varie sostanze. La CFD è uno strumento sempre più largamente utilizzato in diversi gli ambiti industriali, che permette di analizzare i problemi di fluidodinamica in maniera più facile, veloce ed economica rispetto a dei test sperimentali, in una fase precedente alla progettazione, diventando così non solo uno strumento di valutazione ma anche di design. E' inoltre superiore alla fludodinamica analitica per la possibilità di risolvere problemi altamente più complessi. Il comportamento di flussi turbolenti è descritto mediante le equazioni di Navier-Stokes, Sono delle equazioni differenziali alle derivate parziali e furono formalizzate da Claude-Louis Navier e George Stokes intorno alla metà del XIX secolo. Queste equazioni sono state derivate tramite l'utilizzo delle equazioni di conservazione della massa e di conservazione della quantità di moto, dando vita ad un modello matematico in grado di descrivere interamente le caratteristiche di un fluido.

Esistono vari modelli per risolvere tali equazioni, tra cui i principali sono:



Figura 2.1: Piramide delle tipologie di simulazioni CFD

- Equazioni di Navier-Stokes mediate (RANS): consideriamo il moto turbolento come formato da un moto mediato. In queste equazioni, le variabili di velocità e pressione vengono scomposte in componenti medie e fluttuazioni, riducendo la complessità del calcolo dei fenomeni turbolenti. Le equazioni RANS consentono di calcolare valori medi nel tempo dei campi di velocità e pressione, permettendo di simulare flussi complessi, limitando le risorse computazionali richieste per i calcoli. Richiedono l'utilizzo di equazioni aggiuntive (ad esempio il modello k-w) per la chiusura del problema.
- Le equazioni DNS (Direct Numerical Simulation): sono una metodologia di risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes in fluidodinamica che calcola direttamente tutte le scale della turbolenza, dalle più grandi alle più piccole, senza alcun modello di media o approssimazione. Questo approccio fornisce una descrizione estremamente accurata del flusso, ma richiede enormi risorse computazionali, specialmente per flussi ad alti numeri di Reynolds. Il DNS è usato principalmente nella ricerca, nello studio di casi 2D o semplificati.
- Large eddy simulation (LES): risolvono direttamente le grandi strutture turbolente di un flusso e modellano solo le piccole, riducendo così la complessità computazionale rispetto alle simulazioni DNS. Questo metodo bilancia accuratezza e costi, rendendolo ideale per applicazioni ingegneristiche che richiedono una rappresentazione dettagliata del flusso senza l'enorme dispendio di risorse necessario per le DNS e con un'accuratezza superiore rispetto alle simulazioni RANS.

2.2 Metodi di discretizzazione

In fluidodinamica computazionale, i metodi di discretizzazione trasformano le equazioni differenziali alle derivate parziali, (PDE), che descrivono il flusso dei fluidi, in sistemi di equazioni algebriche risolvibili numericamente. Le principali tecniche di discretizzazione usate sono:

- Metodo delle Differenze Finite (Finite Difference Method FDM)
 - Questo metodo approssima le derivate delle PDE usando differenze finite tra punti di una griglia strutturata. È semplice e intuitivo, e viene applicato in domini regolari. Nel FDM, una derivata

è rappresentata come la differenza tra valori del campo su punti vicini. È molto efficiente per domini semplici ma meno versatile per geometrie complesse.

- Metodo dei Volumi Finiti (Finite Volume Method FVM) Suddivide il dominio in piccoli volumi di controllo e integra le PDE su ciascuno di essi, assicurando la conservazione delle quantità fisiche attraverso i volumi. I flussi di massa, energia e quantità di moto vengono calcolati attraverso le facce di ciascun volume, rendendolo robusto e adatto per simulazioni su geometrie complesse e flussi comprimibili o incomprimibili. Il FVM è largamente usato in CFD industriale per la sua adattabilità.
- Metodo degli Elementi Finiti (Finite Element Method FEM) Nel FEM, il dominio è suddiviso in piccoli elementi (triangoli, quadrilateri, tetraedri, ecc.), e le variabili del flusso sono rappresentate come combinazioni lineari di funzioni di forma. Questo metodo è molto flessibile e ideale per geometrie complesse e generalmente usato per risolvere problemi strutturali.
- Metodo Spettrale (Spectral Method)
 Il metodo spettrale rappresenta le soluzioni delle PDE come combinazioni di funzioni base, spesso funzioni sinusoidali o polinomi ortogonali. È particolarmente adatto per flussi ad alta regolarità e domini periodici, poiché offre una precisione elevata con un numero ridotto di gradi di libertà. Tuttavia, è meno comune per geometrie complesse a causa della difficoltà di rappresentarle con funzioni globali.

La scelta della tecnica di discretizzazione dipende dall'applicazione specifica, dalla geometria del dominio e dal tipo di flusso. Il FVM è il metodo più diffuso nella CFD industriale per la sua robustezza su geometrie complesse, mentre il FEM è comune in problemi fluidi-strutturali e il FDM rimane una scelta popolare per geometrie semplici e flussi incomprimibili.

2.3 Equazioni RANS

La nostra simulazione sfrutta il metodo FVM risolvendo le equazioni mediate RANS, che si compongono di:

• Equazione di continuità:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \tag{2.1}$$

Dove ρ è la densità del fluido, \vec{v} è il vettore velocità del fluido, $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ rappresenta la variazione della densità nel tempo, $\nabla \cdot (\rho \vec{v})$ è la divergenza del flusso di massa.

Questa equazione afferma che la variazione di densità in un volume di controllo (primo termine) è bilanciata dalla quantità di massa che entra o esce da quel volume (secondo termine).

• Equazione del momento:

$$\rho\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v}\right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} + \rho \vec{g}$$
(2.2)

dove: ρ è la densità del fluido, \vec{v} è il vettore velocità del fluido, $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ è la derivata parziale della velocità rispetto al tempo, $(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v}$ rappresenta il termine convettivo (o trasporto) del momento, $-\nabla p$ è il gradiente di pressione, $\mu \nabla^2 \vec{v}$ rappresenta la forza viscosa (con μ che è la viscosità dinamica e ∇^2 il laplaciano), $\rho \vec{g}$ è la forza di gravità per unità di volume, \vec{g} è il vettore di accelerazione gravitazionale.

L'equazione del momento, nota anche come equazione di Navier-Stokes (in forma generale), descrive la conservazione del momento in un fluido. Questa equazione è fondamentale in fluidodinamica e descrive il bilancio delle forze che agiscono su un volume infinitesimale di fluido.

• Equazione dell'energia:

$$\rho\left(\frac{\partial e}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)e\right) = -\nabla \cdot \vec{q} + \Phi - p \,\nabla \cdot \vec{v}$$
(2.3)

dove ρ è la densità del fluido, e è l'energia interna specifica, \vec{v} è il vettore velocità del fluido, $\vec{q} = -k\nabla T$ è il flusso di calore secondo la legge di Fourier, con k come la conducibilità termica e T come la temperatura, Φ rappresenta il termine di dissipazione viscoelastica (dovuto alle forze viscose che generano calore), p è la pressione.

L'equazione dell'energia per un fluido descrive la conservazione dell'energia e tiene conto dei contributi dovuti alla conduzione del calore, al lavoro fatto dalle forze di pressione, e alla dissipazione viscoelastica.

Queste equazioni devono essere accoppiate ad un modello di turbolenza per la chiusura del problema, che verrà trattato successivamente.

2.4 Procedura di analisi

La procedura di analisi in una simulazione CFD (Computational Fluid Dynamics) coinvolge diverse fasi chiave che vanno dalla definizione del problema fino all'analisi dei risultati. Questi sono i passaggi principali:

• Definizione del problema e impostazione degli obiettivi

In questa fase si definiscono gli obiettivi della simulazione: quali fenomeni studiare, quali dati ottenere e quali approssimazioni accettare. Si definisce il dominio fisico (la geometria) e si sceglie il tipo di fluido, le proprietà fisiche e il tipo di flusso (ad es. turbolento o laminare, comprimibile o incomprimibile).

• Creazione della geometria

Il dominio di calcolo viene creato utilizzando strumenti di modellazione CAD (Computer-Aided Design) per costruire una rappresentazione digitale della geometria che include tutte le superfici di interesse. Questa fase richiede attenzione a eventuali semplificazioni (spesso per simmetrie) che possono ridurre il costo computazionale senza compromettere i risultati.

• Generazione della griglia o mesh

La geometria viene suddivisa in elementi più piccoli (celle) formando una griglia o mesh. La qualità della mesh è fondamentale per la precisione dei risultati; una mesh più fitta nelle aree con gradienti di flusso elevati (come vicino alle superfici solide o in zone turbolente) è necessaria

per catturare meglio i dettagli del flusso. Si possono usare mesh strutturate, non strutturate o ibride a seconda della complessità del dominio.

• Impostazione delle condizioni al contorno e iniziali

Si definiscono le condizioni al contorno (boundary conditions) in base alle caratteristiche del problema, come velocità e temperatura all'ingresso, pressione all'uscita e condizioni di parete (ad es. no-slip per superfici solide). Inoltre, si assegnano condizioni iniziali che danno al software CFD un punto di partenza per la simulazione, specialmente importante per simulazioni transitorie.

• Selezione del modello fisico e dei modelli di turbolenza

Si scelgono i modelli fisici adeguati, come la modellazione della turbolenza, la compressibilità del flusso e la presenza di trasferimento di calore o reazioni chimiche. Ogni modello ha vantaggi e limitazioni che influiscono sul costo computazionale e sull'accuratezza della simulazione.

• Risoluzione numerica

Si impostano i parametri del solutore, come la discretizzazione temporale (se il problema è transitorio), le tolleranze di convergenza e il metodo di risoluzione numerica. Viene eseguita la simulazione, che risolve le equazioni del flusso iterativamente fino a raggiungere la convergenza, cioè fino a quando i risultati non variano significativamente tra un'iterazione e l'altra.

• Convergenza e validazione dei risultati

Al termine della simulazione, si verifica la convergenza dei risultati controllando che gli errori numerici siano minimizzati. Inoltre, i risultati vengono confrontati con dati sperimentali o con letteratura per validare la simulazione e assicurarsi che siano fisicamente coerenti.

• Analisi e interpretazione dei risultati

I dati generati, come distribuzioni di velocità, pressione e temperatura, vengono visualizzati e analizzati. Si usano strumenti grafici per ottenere rappresentazioni come grafici di linee di flusso, mappe di contorni e visualizzazioni tridimensionali che facilitano l'interpretazione dei fenomeni fisici.

• Ottimizzazione e iterazioni

A seconda degli obiettivi e dei risultati, può essere necessario ottimizzare la simulazione modificando la geometria, la mesh o le condizioni al contorno. La simulazione può essere ripetuta iterativamente per migliorare le prestazioni o per testare variazioni di parametri.

Questa procedura è essenziale per ottenere risultati accurati e significativi, che possano essere usati per prendere decisioni progettuali o per analisi avanzate nel campo della fluidodinamica.

Capitolo 3

Geometria

3.1 Modello Aerospike

La geometria base dell'aerospike, sulla quale si è effettuata la validazione, è stata presa dallo studio di Huebner[3]. Il dispositivo è stato realizzato in acciaio inossidabile 17-4PH H900 e testato in galleria del vento ipersonica.



Figura 3.1: Modello 2D realizzato da Huebner, le unità di misura sono in pollici

Per una migliore comprensione dell'oggetto in esame è stata realizzato un modello 3d usando il software CAD *Onshape*, mentre per ottimizzare le risorse computazionali la simulazione è stata effettuata in 2D imponendo una condizione di assialsimmetria.



Figura 3.2: Vista prospettica del modello 3D

3.2 Definizione del dominio di calcolo

La geometria analizzata è stata realizzata con il software *Ansys DesignModeler*. Il dominio ha dimensioni pari a dieci volte la lunghezza dello spike per aumentare la stabilità della simulazione. I fenomeni di nostro interesse avvengono nella zona in prossimitò del dispositivo stesso. In questa tesi inoltre verrà studiato solo il caso relativo ad un angolo di attacco pari a 0°, considerando che questa applicazione viene utilizzata principalmente con lanciatori, razzi o simili oggetti volanti, non si tratta di una limitazione significativa, poiché essi normalmente volano con quel valore di angolo di attacco. Esistono studi di natura simulativa che si sono occupati di identificare i limiti entro i quali la simulazione porta vantaggi [3, 5].



Figura 3.3: Dominio complessivo



Figura 3.4: Dettaglio del contorno Aerospike

Capitolo 4

Mesh

In questa sezione verrà presentata la costruzione della griglia di calcolo, detta *mesh*, ottenuta a seguito di numerose prove. Dalla figura 3.3 vista in precedenza si nota la presenza di tre fasce distinte, una in prossimità dello spike (rossa) dove abbiamo la griglia più fitta, una intermedia di transizione (verde) ed una esterna che occupa la maggior superficie del dominio (grigia), che essendo lontana dallo spike sarà composta da celle più grossolane.



Figura 4.1: Mesh quad dominant

Il rapporto tra la dimensione delle celle dell'area esterna con l'area intermedia e il rapporto delle celle dell'area intermedia con l'area interna è il medesimo e fissato a 2.08. Il growth rate è stato in tre casi abbassato a 1.1 rispetto al valore standard per favorire un passaggio più graduale tra una zona e l'altra.

| Parameter | Element dimension [m] | Growth rate [] |
|---------------------------|-----------------------|----------------|
| External element size | 8.00 e-3 | 1.2 |
| Intermediate element size | 3.85 e-3 | 1.1 |
| Internal element size | 1.85 e-3 | 1.1 |
| Edge sizing | 3.0 e-4 | 1.1 |
| First layer thickness | 5.2 e-5 | 1.2 |
| | | |

Tabella 4.1: Dimensioni degli elementi della mesh, da notare come la dimensione delle celle si abbassa mano a mano che ci si avvicina alla superficie dell'aerospike, la mesh sarà così più fitta dove i gradienti delle variabili termofluidodinamiche sono più intensi. L'altezza del primo layer è stata accuratamente scelta in modo da poter risolvere senza modellazione il sottostrato laminare.

| | | Definition | | | | |
|--------------------------|--------|---------------------|------------------------|--|--|--|
| Statistics | | Suppressed | No | | | |
| Nodes | 280224 | Method | Quadrilateral Dominant | | | |
| Elements | 278498 | Element Order | Use Global Setting | | | |
| Show Detailed Statistics | No | Free Face Mesh Type | All Quad | | | |

Figura 4.2: Numero totale di celle e nodi, abbondantemente sotto il limite imposto da *Ansys Fluent Student Edition* di un milione di celle. Figura 4.3: Per una migliore stabilità e convergenza della simulazione si è preferito usare *Quadrilateral Dominant method* rispetto a *Triangles method*.



Figura 4.4: Internal mesh



Figura 4.5: Dettaglio disk



Capitolo 5

Setup Ansys Fluent

In questa sezione vedremo i principali parametri impostati su *Ansys Fluent* comprese le condizioni al contorno e la teoria dietro la simulazione.

5.1 Impostazioni generali

| General | (?) |
|------------------|----------------------------------|
| Mesh | |
| Scale Ch | eck Report Quality |
| Display Uni | ts |
| Solver | |
| Туре | Velocity Formulation |
| O Pressure-Based | Absolute |
| Oensity-Based | Relative |
| Time | 2D Space |
| Steady | 🔿 Planar |
| O Transient | Axisymmetric |
| | O Axisymmetric Swirl |
| Gravity | |

Figura 5.1: Impostazioni generali

La Figura 5.1 mostra la finestra con i parametri definiti nelle impostazioni generali. Come già descritto nel Capitolo 3, essendo il problema caratterizzato da un corpo assial-simmetrico, l'analisi viene condotta su una sezione x - r nel piano di simmetria. Questa scelta permette di ottimizzare l'utilizzo delle risorse computazionali, per questo motivo, è stata attivata l'opzione "axisymmetric" dopo aver specificato l'asse di simmetria del dominio come condizione al contorno di tipo "axis".

È stato adottato il solver density-based, particolarmente indicato per simulazioni di flussi ad alta velocità, dove si verificano significative variazioni di densità [6]. Questo solver è infatti progettato per rappresentare con precisione le onde d'urto e di compressione che si manifestano nei flussi ipersonici. Sebbene questa scelta comporti un maggiore consumo di risorse computazionali, ciò non costituisce un problema, poiché il modello presenta un numero relativamente ridotto di celle. Si è provato anche ad eseguire una serie di simulazioni tramite il solver pressure-based, ma, pur essendo molto più veloci nel calcolo, hanno riscontrato significativi problemi di convergenza e per questo sono state scartate. Infine, dato che il problema è di tipo stazionario, è stata selezionata l'opzione "steady".

5.2 Materiali

| Properties | | |
|--------------------------------------|--------------------|------|
| Density [kg/m³] | ideal-gas 💌 | Edit |
| Cp (Specific Heat) [J/(kg K)] | kinetic-theory 👻 | Edit |
| Thermal Conductivity [W/(m K)] | kinetic-theory 💌 | Edit |
| Viscosity [kg/(m s)] | kinetic-theory * | Edit |
| Molecular Weight [kg/kmol] | constant · | Edit |
| L-J Characteristic Length [Angstrom] | 28.966 constant | Edit |
| L-J Energy Parameter [K] | 3.711 constant | Edit |
| | 78.6 | |
| Degrees of Freedom | s | Edit |
| | | |

Figura 5.2: Proprietà dell'aria

Questo modulo consente di definire le proprietà dei materiali coinvolti nella simulazione. La Figura 5.2 illustra le caratteristiche assegnate all'aria, mentre quelle relative al solido non vengono considerate significative, poiché si assume che la parete sia adiabatica. Per il calcolo della densità è stata selezionata l'opzione "ideal-gas", che approssima il comportamento dell'aria a quello di un gas perfetto. Le proprietà termiche e viscosità sono state determinate utilizzando il modello termofisico "kinetic-theory", basato sulla teoria cinetica dei gas. Questo approccio descrive il comportamento delle molecole come particelle indipendenti in movimento all'interno del fluido. Le quantità indicate in figura sono risolte tramite le seguenti equazioni:

• Il calore specifico, espresso in $[J/(kg \cdot K)]$, è dato dalla seguente formula:

$$c_{p,i} = \frac{1}{2} \frac{R}{M_{w,i}} (f_i + 2)$$

dove $R[J/(kg \cdot K)]$ è la costante universale dei gas, $M_w[kg/mol]$ è il peso molecolare ("molecular weight") e f_i rappresenta il numero di gradi di libertà per l'immagazzinamento dell'energia per la specie di gas *i* ("degrees of freedom").

• La conduttività termica, espressa in $[W/(m \cdot K)]$, è definita dalla seguente formula:

$$\lambda = \frac{15}{4} \frac{R}{M_w} \mu \left(\frac{4}{15} c_p M_w \frac{R+1}{3}\right)$$

Dove $\mu \left[Pa \cdot s \right]$ è la viscosità dinamica.

• La viscosità dinamica, espressa in $[Pa \cdot s]$, è data dalla seguente formula:

$$\mu = 2.67 \times 10^{-6} \frac{\sqrt{M_w T}}{\sigma^2 \Omega_\mu}$$

Dove $\Omega_{\mu} = \Omega_{\mu}(T^*)$, $T^* = \frac{T}{\epsilon/k_B}$, $\sigma[m]$ è il parametro di lunghezza caratteristico di Lennard-Jones ("L-J characteristic length") e $\frac{\epsilon}{k_B}[J]$ è il parametro di energia di Lennard-Jones ("L-J energy parameter").

5.3 Modello di turbolenza k- ω SST

Il modello k- ω SST è una combinazione del modello k- ϵ e del modello k- ω . È stato sviluppato per superare alcune delle limitazioni dei modelli tradizionali nelle simulazioni di flussi turbolenti, specialmente nei casi di flussi vicino alle pareti o in flussi che coinvolgono separazioni o transizioni tra turbolenza e regime laminare [7]. Il modello k- ω SST cerca di combinare la robustezza del modello k- ϵ per flussi ad alta turbolenza con la capacità del modello k- ω di gestire meglio le regioni vicino alle pareti. Grazie alla sua capacità di combinare i punti di forza dei due modelli, offre un buon compromesso tra precisione ed efficienza computazionale, risultando particolarmente utile in applicazioni ingegneristiche come aerodinamica esterna e flussi complessi come quello in esame.

La caratteristica principale del modello k- ω SST è l'utilizzo di due equazioni:

- 1. Equazione per k (energia cinetica turbolenta),
- 2. Equazione per ω (frequenza di dissipazione turbolenta).

5.3.1 Equazioni del modello k- ω SST

1. Equazione per k (energia cinetica turbolenta):

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla k = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \beta^* k \omega$$

dove:

- k è l'energia cinetica turbolenta,
- μ è la viscosità dinamica,
- μ_t è la viscosità turbolenta,
- P_k è il termine di produzione dell'energia cinetica turbolenta,
- β^* è un parametro di modellizzazione.

Il termine di produzione dell'energia cinetica turbolenta è dato da:

$$P_k = \mu_t \left(\nabla \mathbf{u} \right) : \left(\nabla \mathbf{u} \right)$$

2. Equazione per ω (frequenza di dissipazione turbolenta):

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2$$

dove:

- ω è la frequenza di dissipazione turbolenta,
- σ_{ω} è un parametro di Prandtl per ω ,
- $\alpha \in \beta$ sono costanti di modellizzazione.

In questa equazione, il termine di produzione è dato da P_k , mentre i termini di dissipazione dipendono dal valore di ω e dalla viscosità turbolenta.

5.3.2 Viscosità Turbolenta

La viscosità turbolenta μ_t nel modello k- ω SST è definita come:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\omega}$$

dove:

- ρ è la densità del fluido,
- C_{μ} è una costante empirica.

5.3.3 Termini di Correzione nel Modello $k - \omega$ SST

Il modello $k-\omega$ SST modifica il modello $k-\omega$ standard in modo da adattarsi meglio ai flussi vicino alle pareti. La principale innovazione è l'introduzione di un termine di "trasporto" che bilancia i modelli $k-\omega$ nelle regioni vicino alle pareti e quelli $k-\epsilon$ nelle regioni lontane dalle pareti. Il modello si basa su un "blend" tra i due modelli, che può essere espresso come:

$$\mu_t = \rho \left(C_\mu \frac{k^2}{\omega} \right)$$
 near-wall blending with $C_\mu \frac{k}{\epsilon}$ in free-stream

5.3.4 Costanti

Le costanti usate nel modello valgono:

$$\gamma_{1} = \frac{\beta_{1}}{\beta^{*}} - \frac{\sigma_{\omega 1}\kappa^{2}}{\sqrt{\beta^{*}}}, \quad \gamma_{2} = \frac{\beta_{2}}{\beta^{*}} - \frac{\sigma_{\omega 2}\kappa^{2}}{\sqrt{\beta^{*}}}$$
$$\sigma_{k1} = 1.176, \quad \sigma_{\omega 1} = 2.0, \quad \beta_{1} = 0.075$$
$$\sigma_{k2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega 2} = 1.168, \quad \beta_{2} = 0.0828$$
$$\beta^{*} = 0.09, \quad \kappa = 0.41, \quad a_{1} = 0.31$$

5.4 Condizioni al contorno

Le condizioni al contorno rappresentano un aspetto fondamentale nella risoluzione di problemi di fluidodinamica numerica. Esse definiscono il comportamento del flusso e delle grandezze termiche ai margini del dominio di simulazione. Esistono diversi tipi di condizioni al contorno [8]:

- Condizioni di ingresso: definiscono grandezze come la velocità, la temperatura e la composizione del fluido all'ingresso del dominio.
- Condizioni di uscita: definiscono il comportamento del flusso e delle grandezze termiche al margine di uscita del dominio.
- Condizioni interne: sono necessarie in presenza di sorgenti o pozzi di massa, calore o quantità di moto all'interno del fluido.
- Condizioni di simmetria: vengono utilizzate quando il flusso è simmetrico rispetto a un piano o a un asse.

Definire le condizioni al contorno significa specificare il comportamento del fluido ai margini del dominio, permettendo al software di calcolare la propagazione delle variabili di flusso e delle grandezze termiche all'interno del dominio stesso. Le equazioni che descrivono il flusso e il trasferimento di calore vengono risolte numericamente sulla base delle condizioni al contorno assegnate.

| | | | | | | | | 🥌 Pressure Ou | ıtlet | | | | | | | \times |
|----------------|-------------------------------------|-----------------|---------------|-----------|-----------|---------------|----------------------|------------------------------------|---------------|---------------|----------------|-----------|------------|-----------|-----------|----------|
| I Pressure Fai | r-Field | | | | | | × | Zone Name | | | | | | | | |
| Zone Name | | | | | | | | Momentum | Thermal | Radiation | Snecies | DPM | Multinhase | Potential | Structure | UDS |
| inlet | | | | | | | | E | Backflow Refe | erence Frame | Absolute | | | | | • |
| Momentum | Thermal | Radiation | Species | Potential | Structure | UDS | DPM | | | Gau | ge Pressure | [Pa] 19 | 951 | | | • |
| | Gauge | Pressure [Pa | 1951 | | | | - | | | Pressure Prof | ile Multiplier | 1 | | | | • |
| | | | | | Ξ. | Backflow Dire | ction Specific | ation Method | Normal to | Boundar | γ | | | • | | |
| | | | | | | Backf | low Pressure | Specification | Total Pres | sure | | | | • | | |
| Axial-Compo | Axial-Component of Flow Direction 1 | | | | | • | Prevent Reverse Flow | | | | | | | | | |
| Radial-Compo | nent of Flow | Direction 0 | | | | | • | Average Pr | ressure Spec | ification | | | | | | |
| Turbulence | | | | | | | | Target Ma | ss Flow Rate | | | | | | | |
| Specification | n Method In | tensity and Vis | scosity Ratio | | | | • | | Turbulenc | ce . | | | | | | |
| | Turbulent | Intensity [%] | 5 | | | | • | | Specifica | ation Method | Intensity ar | nd Viscos | sity Ratio | | | _ |
| Tur | hulent Viscos | sity Ratio 1 | | | | | ĭ∣ | Backflow Turbulent Intensity [%] 5 | | | | | | • | | |
| | | | | | | | | | Backflow | Turbulent Vis | cosity Ratio | 1 | | | | • |
| | | | | | | | | Acoustic Wa | ve Model | | | | | | | |
| | | Appl | Close | Help | | | | Off Non Refle | ecting | | | | | | | |
| | | ((a |)) Ingr | esso | | | | | | | ((b) |) Us | cita | | | |

Figura 5.3: Condizioni al contorno

La Figura 5.3 illustra le condizioni al contorno di ingresso e uscita adottate per lo svolgimento della simulazione. I valori assegnati alle variabili sono stati determinati facendo riferimento alla guida di ANSYS [6]. All'ingresso del sistema è stata utilizzata una condizione di tipo *pressure far-field*, che consente di definire la pressione in una regione lontana dal corpo, dove le caratteristiche del flusso possono essere considerate approssimativamente uniformi e costanti. Questa condizione, inoltre, permette di evitare le riflessioni delle onde di pressione che possono verificarsi nei flussi ipersonici, influenzando il comportamento del flusso attorno all'oggetto. All'uscita, invece, è stata applicata la condizione di tipo *pressure outlet*, che consente di fissare un valore di pressione specifico in tale zona del sistema. In entrambe le condizioni, è stata assegnata alla temperatura un valore pari a 58.25 K. Alle pareti sono state attribuite le condizioni di *no-slip* e di adiabaticità. Di conseguenza, la velocità del fluido risulta nulla in prossimità delle pareti, e non vi è scambio termico tra l'aria e la superficie della parete.

5.5 Metodi e controlli

In questo modulo di Fluent è possibile configurare le opzioni che regolano la risoluzione delle equazioni differenziali e la gestione del processo di simulazione.

| Task Page | < | |
|---|---|---------------------------|
| Solution Methods | ? | |
| Formulation | | |
| Implicit | • | |
| Flux Type | | |
| AUSM | • | |
| Spatial Discretization | | |
| Gradient | | |
| Green-Gauss Cell Based | • | |
| Flow | | |
| Second Order Upwind | • | |
| Turbulent Kinetic Energy | | |
| Second Order Upwind | • | |
| Specific Dissipation Rate | | |
| Second Order Upwind | • | |
| Pseudo Time Method | | Solution Controls (?) |
| Off | - | Courant Number |
| Transient Formulation | | 1 |
| | - | Under-Relaxation Factors |
| Non Terrative Time Advancement | | Turbulent Kinetic Energy |
| | | 0.8 |
| Frozen Flux Formulation | | Specific Dissipation Rate |
| Warped-Face Gradient Correction | | 0.8 |
| ✓ High Order Term Relaxation Options | | Turbulent Viscosity |
| | | 1 |
| Convergence Acceleration For Stretched Meshes | | |
| Hign Speed Numerics | | Solid |
| Default | | |
| | | |

((a)) Metodi

((b)) Controlli

Figura 5.4: Metodi e controlli

Seguendo l'ordine delle impostazioni illustrate nella figura, la formulazione implicita si dimostra particolarmente efficace nella gestione di shock e onde d'urto presenti in flussi ipersonici, consentendo una significativa riduzione del tempo di calcolo complessivo. Inoltre, il flusso AUSM (*Advection Upstream Splitting Method*) risulta particolarmente indicato per le simulazioni ipersoniche, grazie alla sua capacità di catturare con precisione i fenomeni fisici descritti, garantendo al contempo un ottimo equilibrio tra accuratezza e stabilità computazionale. Il metodo *Green-Gauss cell-based* è una tecnica utilizzata per calcolare i gradienti di grandezze fisiche, come velocità e temperatura, all'interno del dominio di calcolo, con l'obiettivo di risolvere le equazioni di Navier-Stokes. Questo approccio si basa sull'applicazione del teorema di Gauss, che stabilisce una relazione tra l'integrale superficiale del gradiente di una variabile e l'integrale volumetrico della sua divergenza in una regione del dominio. In questo contesto, la superficie di ogni cella computazionale viene impiegata per calcolare il flusso della variabile attraverso i bordi della cella stessa. I valori delle variabili ai bordi delle celle sono stimati mediante un processo di interpolazione basato sui valori calcolati nelle celle adiacenti. Tale interpolazione consente di approssimare accuratamente i gradienti all'interno di ciascuna cella. Successivamente, i gradienti così determinati vengono integrati utilizzando l'integrale superficiale della variabile lungo i bordi delle celle. Inoltre, l'opzione *second order upwind* rappresenta un efficace compromesso tra stabilità e precisione nell'approssimazione delle derivate spaziali dei termini convettivi delle equazioni di bilancio, migliorando la qualità dei risultati senza sacrificare l'efficienza computazionale.

Infine sono state attivate le opzioni avanzate che servono a migliorare stabilità, accuratezza e velocità di convergenza in simulazioni complesse. La funzione *High Order Terms Relaxation* smorza l'influenza dei termini di ordine superiore nelle equazioni per garantire stabilità senza sacrificare troppo l'accuratezza, soprattutto in mesh non uniformi. *Convergence Acceleration for Stretched Mesh* accelera la convergenza nelle mesh stirate, ottimizzando il calcolo in regioni con geometrie complesse o strati sottili. *High Speed Numerics* ottimizza i metodi numerici per flussi supersonici e ipersonici, migliorando la gestione di onde d'urto e gradienti intensi con maggiore stabilità e precisione [9].

Gli *under relaxation factors* sono parametri numerici che consentono di controllare la velocità con cui le variabili vengono aggiornate durante l'iterazione del processo di soluzione.

| Solution Initialization | ? |
|---|---|
| Initialization Methods | |
| Hybrid Initialization Standard Initialization | |
| More Settings | |
| Patch FMG | |
| Reset DPM Sources Reset LWF Reset Statistics | |
| Initialize LWF | |

Figura 5.5: Hybrid initialization

L'*Hybrid Initialization* in ANSYS Fluent è un metodo avanzato utilizzato per stimare le condizioni iniziali delle variabili di flusso in una simulazione CFD. Si basa su un approccio semplificato che calcola il campo di pressione risolvendo l'equazione di Laplace e approssima la velocità e le altre variabili per fornire un punto di partenza robusto. Questo metodo è particolarmente efficace per geometrie complesse e flussi difficili, riducendo il tempo di convergenza rispetto all'inizializzazione standard e garantendo maggiore stabilità e precisione. È accessibile nella sezione *Solution Initialization* di Fluent e rappresenta una soluzione versatile per ogni tipo di simulazione.

5.6 Controllo della convergenza

Per una verifica ottimale della convergenza sono state impostate più condizioni.

5.6.1 Scaled residuals

La prima è stata quella di impostare i cosidetti *scaled residuals*, quantità che rappresentano una misura dell'errore residuo relativo durante la risoluzione iterativa delle equazioni governanti. Sono calcolati come il rapporto tra il residuo corrente e il residuo iniziale, normalizzando così i valori per renderli indipendenti dalle dimensioni fisiche o dalle unità utilizzate. Questo parametro è fondamentale per monitorare la convergenza numerica, poiché fornisce una misura di quanto la soluzione si avvicini a soddisfare le equazioni governanti.



Figura 5.6: Scaled residuals

Tipicamente, una simulazione ben convergente mostra una riduzione dei residui di 3-5 ordini di grandezza. Tuttavia, una convergenza numerica, indicata da residui scalati molto bassi, non garantisce che la soluzione sia fisicamente corretta. Per questo è necessario verificare la stabilità delle variabili di interesse e il bilancio globale di massa, energia e quantità di moto. Gli scaled residuals offrono dunque un indicatore quantitativo essenziale, ma devono essere integrati con analisi fisiche per validare i risultati. Nel nostro sono stati tutti impostati a scendere sotto a 10^{-3} . Si osserva che la simulazione ha richiesto oltre 5000 iterazioni prima di raggiungere la piena convergenza, questo è dovuto principalmente alla natura della simulazione *density-based*, che è di per se molto stabile ma lenta nel convergere.

5.6.2 Convergenza fisica

Come già accennato nel capitolo precedente, la convergenza fisica indica che la soluzione ottenuta rappresenta accuratamente il comportamento reale del sistema simulato, rispettando i principi fondamentali di conservazione della massa, energia e quantità di moto. Si verifica quando le variabili di interesse, come velocità, pressione o forze aerodinamiche, diventano stabili e non mostrano variazioni significative con ulteriori iterazioni o passi temporali. Inoltre, i risultati devono essere coerenti con i dati sperimentali o analitici disponibili.



Figura 5.7: Mass flow rate



Figura 5.8: Convergenza delle iterazioni del Drag coefficient, si noti il comportamento asintotico raggiunto nelle ultime 2000 iterazioni.

A differenza della convergenza numerica, che si basa sulla riduzione dei residui, la convergenza fisica richiede anche che il sistema sia fisicamente plausibile e privo di errori derivanti da problemi di qualità della griglia, modelli approssimativi o condizioni al contorno inadeguate. È essenziale per ottenere risultati affidabili e utili in applicazioni reali.

| 🧐 C | onvergence Conditions | | | | | |
|--------|-----------------------|-------------------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------|---------|
| Active | Conditions | Report Definition | Stop Criterion | Ignore Iterations Before | Use Iterations | Print |
| ✓ | dome temperature | dome-static-temperature-avg 💌 | 0.1 | 0 | 1 | \$ ✓ |
| ✓ | mach | mach-outlet-avg 💌 | 0.01 | 0 | 1 | \$ ✓ |

Figura 5.9: Condizioni di convergenza addizionali impostati sulla temperatura della cupola dello spike e sulla velocità all'outlet per un'accuratezza superiore della simulazione.

5.7 Strato limite y^+ & u^+

Lo strato limite y^+ è un parametro adimensionale utilizzato in fluidodinamica computazionale (CFD) per valutare la qualità della discretizzazione del flusso vicino a una parete in simulazioni che coinvolgono strati limite turbolenti. È particolarmente rilevante quando si utilizzano modelli di turbolenza, come nel nostro caso.

Il valore di y^+ rappresenta una misura della distanza della prima cella del reticolo (mesh) dalla parete, normalizzata rispetto alle caratteristiche del flusso locale. Si calcola con la formula:

$$y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu}$$

dove:

- y è la distanza normale dalla parete al centro della prima cella,
- u_{τ} è la velocità di attrito ($u_{\tau} = \sqrt{\tau_w/\rho}$, con τ_w lo sforzo di taglio alla parete),
- ν è la viscosità cinematica del fluido.



Figura 5.10: Strato limite rispetto a y^+

Significato di y^+

- **Regione viscosa** ($y^+ < 5$): La mesh deve essere sufficientemente fine da catturare i dettagli dello strato viscoso vicino alla parete. Questa condizione è richiesta nei modelli *low-Re* o quando si utilizza una risoluzione completa dello strato limite (es. DNS o LES).
- Strato logaritmico ($30 < y^+ < 300$): La mesh è più grossolana e l'intervallo corrisponde alla regione dello strato logaritmico. Qui si usano approcci con funzioni di parete (*wall functions*), che modellano il comportamento vicino alla parete senza risolvere direttamente lo strato viscoso.
- Zona intermedia ($5 < y^+ < 30$): Questo intervallo è una zona di transizione; la mesh non è né abbastanza fine per risolvere la regione viscosa né sufficientemente grossolana per applicare correttamente le funzioni di parete. È una condizione da evitare.

Il controllo di y^+ è essenziale per ottenere simulazioni accurate e fisicamente coerenti. Un valore inappropriato di y^+ può portare a errori significativi nella previsione di sforzi di taglio alla parete, trasferimenti di calore o caratteristiche del flusso vicino alle superfici solide. Pertanto, durante il setup della mesh in una simulazione CFD, è cruciale verificare che il y^+ rientri nel range corretto in base al modello di turbolenza utilizzato. Nel nostro caso il valore di y^+ medio sulla cupola contenente payload e strumentazioni è stato impostato pari a 0.91 per la simulazione base.

Definizione di u^+

Il parametro u^+ , noto come velocità adimensionale vicino alla parete, è un concetto fondamentale nella fluidodinamica per descrivere il profilo di velocità nello strato limite turbolento in funzione della distanza dalla parete. Si utilizza principalmente per caratterizzare il comportamento del flusso vicino a superfici solide in condizioni di turbolenza.

Il parametro u^+ è definito come:

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}$$

dove:

- u è la componente della velocità tangenziale del flusso,
- u_{τ} è la velocità di attrito, definita come $u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$, con τ_w lo sforzo di taglio alla parete e ρ la densità del fluido.

Relazione con y^+

Il parametro u^+ è spesso rappresentato in funzione di y^+ (distanza normalizzata dalla parete), e il loro legame dipende dalla regione dello strato limite:

• Strato viscoso ($y^+ < 5$): In questa regione, il flusso è dominato dalla viscosità, e si ha una relazione lineare:

$$u^+ = y^+$$

- Strato buffer $(5 < y^+ < 30)$: Questa è una zona di transizione tra lo strato viscoso e quello logaritmico, in cui il comportamento di u^+ non è più lineare e diventa più complesso.
- Strato logaritmico ($y^+ > 30$): In questa regione, la velocità segue una legge logaritmica:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa}\ln(y^+) + B$$

dove κ è la costante di von Kármán (circa 0.41) e *B* è una costante dipendente dalle condizioni del flusso (circa 5.0).

Il parametro u^+ è cruciale per:

- Validare risultati CFD con dati sperimentali
- Analizzare la transizione e lo sviluppo dello strato limite turbolento
- Applicare e verificare modelli di turbolenza e funzioni di parete

Utilizzando un grafico di u^+ contro y^+ (spesso chiamato *grafico dello strato limite*), è possibile analizzare come il flusso si comporta vicino alla parete e valutare se la discretizzazione della mesh ed i modelli CFD utilizzati sono appropriati per descrivere il comportamento del flusso.



Figura 5.11: u^+ in funzione di y^+ vicino alla parete

Prima di procedere con l'analisi dei risultati, è necessario comprovare la validità del modello realizzato in *ANSYS*. Per fare ciò, è stato innanzitutto tracciato il grafico di u^+ in funzione di y^+ relativo alla soluzione, utilizzando il software *MATLAB* (Figura 5.12). Questo passaggio è fondamentale per verificare che la posizione della prima cella, a partire dalla parete, si trovi all'interno del sottostrato laminare, ben lontana dalla zona di buffer.

È indispensabile mantenere un certo margine, poiché lo spessore dello strato limite termico è maggiore rispetto a quello fluido. Pertanto, un valore di y^+ alla parete corrispondente al limite del sottostrato laminare fluido comporterebbe che la prima cella si trovi all'interno dello strato di buffer termico.

La relazione tra lo spessore dello strato limite termico e quello fluido è governata dal numero di Prandtl, definito come il rapporto tra la viscosità cinematica di un fluido $\nu \,[m^2/s]$ e la sua diffusività termica $\alpha \,[m^2/s]$:

$$\Pr = \frac{\nu}{\alpha} \tag{5.1}$$

Nel caso in esame, si ha Pr = 0.85. Questo valore spiega perché lo spessore dello strato limite termico risulti maggiore rispetto a quello fluido.



Figura 5.12: u^+ in funzione di y^+ nella simulazione, i valori dei punti sono stati presi su di una linea verticale tracciata a 0.05m dall'outlet del dominio in modo da catturare un flusso completamente sviluppato. La prima cella si trova all'interno del sottostrato laminare.

5.8 Validazione del modello

5.8.1 Schlieren

Lo *Schlieren* è una tecnica ottica che permette di visualizzare variazioni di densità in un fluido, come aria o gas, mediante l'alterazione del percorso della luce causata dai gradienti di indice di rifrazione. Un sistema Schlieren include una sorgente luminosa, specchi e lenti per focalizzare la luce, e un coltello ottico che blocca parte della luce deviata per evidenziare le differenze di densità. Questa tecnica è utilizzata in aerodinamica, ingegneria termica, scienza dei materiali, medicina e chimica per studiare flussi, turbolenze, fiamme e altri fenomeni. È non invasiva e altamente sensibile, ma richiede componenti ottici di alta qualità e non fornisce misurazioni quantitative senza un'adeguata calibrazione. Nel nostro caso siamo andati a validare la simulazione comparando visivamente lo Schlieren di un Aerospike studiato in galleria del vento e uno Schlieren ottenuto tramite *Ansys Fluent* [3].



Figura 5.13: Fotografia della zona di flusso attorno al corpo ottenuta con il metodo Schlieren



Figura 5.14: Schlieren computazionale realizzato con Ansys Fluent

5.8.2 Mesh indipendency

La *mesh independency* è la condizione in cui i risultati di una simulazione numerica diventano indipendenti dalla risoluzione della mesh utilizzata per discretizzare il dominio. Questo concetto è fondamentale per garantire che i risultati siano accurati, stabili e rappresentativi del fenomeno fisico reale. Verificare l'indipendenza dalla mesh prevede la creazione di mesh con risoluzioni progressivamente più fini, eseguendo simulazioni per ciascuna di esse e confrontando i risultati. Quando ulteriori raffinamenti della mesh non producono più variazioni significative nei risultati, si raggiunge la mesh independency. Questo processo è cruciale nelle simulazioni numeriche, come la CFD e l'analisi agli elementi finiti, specialmente in zone con gradienti elevati o geometrie complesse. Garantisce l'affidabilità dei risultati bilanciando accuratezza e costi computazionali.



Figura 5.15: Per effettuare la validazione identifichiamo tre zone distinte che avranno tre differenti dimensioni della cella. Una zona **A** con mesh grossolana, una zona **B** di transizione ed infine una zona **C** con mesh più fine in prossimità del dispositivo. Il rapporto D_A/D_B e D_B/D_C è mantenuto costante ed è pari 2.08.

A questo punto, definito il setup per la mesh indipendency, si provvede ad infittire la mesh mantenendo il rapporto tra le fasce costante ed osservo come variano il Drag complessivo, la temperatura media della cupola e il *Wall function heath transfer coefficient* sempre sulla cupola dell'aerospike.

| Numero celle | 341094 | 278498 | 251671 | 239397 | 233590 | 224823 |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| L_A [m] [e-3] | 8.00 | 8.00 | 8.00 | 8.00 | 8.00 | 8.00 |
| <i>L_B</i> [m] [e-3] | 2.70 | 3.85 | 2.52 | 3.19 | 8.00 | 8.00 |
| L_C [m] [e-3] | 1.30 | 1.85 | 2.52 | 3.19 | 3.85 | 8.00 |
| Rapporto [_] | 2.08 | 2.08 | 2.08 | 2.08 | 2.08 | 1 |
| Total drag [_] | 0.166 | 0.164 | 0.168 | 0.174 | 0.165 | 0.165 |
| Avg temperature dome [K] | 424 | 421 | 414 | 445 | 417 | 421 |
| Heat transfer coefficient dome $[W/m^2K]$ [e-4] | -3.86 | -3.86 | -3.86 | -3.86 | -3.86 | -3.86 |

Tabella 5.1: Tabella mesh indipendency, si osserva come nel penultimo caso la fascia intermedia è assente e l'ultimo presenta celle a dimensione costante (grossolana) su tutto il dominio.



Figura 5.16: Imponendo un errore pari al 1%, calcolato rispetto al valore della mesh più fine, osserviamo che più di una una simulazione rientra all'interno del range stabilito, solo la seconda più fine però, non presenta discontinuità quando si va a ridurre la dimensione della cella.



Figura 5.17: Anche in questo caso imponendo un errore pari al 1%, calcolato rispetto al valore della mesh più fine, osserviamo che più di una una simulazione rientra all'interno del range stabilito.

Osservando le due comparazioni si osserva che oltre alla mesh con il numero di celle più alto, la penultima mesh con $D_C = 1.85$ rientra in entrambi i casi nell'errore imposto dell' 1%. Andiamo

proprio a scegliere i parametri di questa mesh per svolgere tutte le simulazioni dell'elaborato poichè presenta un evidente risparmio di risorse computazionali rispetto a quella più fine a maggior numero di celle.

Capitolo 6

Risultati

6.1 Approfondimento sul viscous drag

Questo approfondimento è nato osservendo la composizione del drag totale generato dalla cupola (*dome*) dell'aerospike posta sulla sommità del razzo.

La resistenza aerodinamica, o drag, è una forza che si oppone al movimento di un oggetto attraverso un fluido, come l'aria. Essa si suddivide principalmente in due componenti fondamentali: la resistenza di forma, conosciuta anche come resistenza di pressione, e la resistenza viscosa.

La resistenza di forma o *pressure drag* è dovuta alla distribuzione delle pressioni esercitate dal fluido intorno all'oggetto in movimento. Quando l'aria scorre lungo la superficie dell'oggetto, si crea una differenza di pressione tra la parte frontale e quella posteriore. In particolare, nella regione posteriore, possono formarsi zone di bassa pressione a causa della separazione del flusso, ovvero il fenomeno per cui il fluido non riesce a seguire perfettamente la forma dell'oggetto. Questa separazione genera una scia turbolenta che contribuisce alla resistenza. La resistenza di forma dipende fortemente dalla geometria dell'oggetto: forme spigolose o non aerodinamiche amplificano la separazione del flusso e quindi aumentano il drag. Al contrario, forme affusolate, progettate per ridurre le zone di bassa pressione, aiutano a minimizzare questa componente della resistenza.

La resistenza viscosa o *viscous drag*, invece, è legata alla viscosità del fluido e all'attrito che si genera tra lo strato limite del fluido e la superficie dell'oggetto. Quando un fluido entra in contatto con una superficie, si forma uno strato sottile chiamato strato limite, dove la velocità del fluido varia da zero, sulla superficie stessa (a causa della condizione di *no-slip*), fino alla velocità del flusso libero più distante dalla superficie. In questa zona, le molecole del fluido sono soggette a sforzi di taglio che producono attrito. La resistenza viscosa è influenzata dalla rugosità della superficie dell'oggetto, dalla viscosità del fluido e dalla velocità relativa del movimento. Maggiore è la rugosità o la superficie esposta, maggiore sarà l'attrito viscoso. Inoltre, il tipo di flusso nello strato limite, che può essere laminare o turbolento, gioca un ruolo cruciale: un flusso laminare genera meno resistenza rispetto a uno turbolento.



Figura 6.1: Visualizziamo tramite pathlines la zona di ricircolo del flusso, in questo modo osserviamo le traiettorie seguite dalle singole particelle.

In sintesi, la resistenza di forma tende a essere dominante per oggetti con geometrie non ottimizzate o a basse velocità, mentre la resistenza viscosa diventa significativa per oggetti con superfici rugose o a velocità elevate [8]. Entrambe le componenti del drag possono essere ridotte attraverso strategie progettuali, come l'uso di superfici lisce, rivestimenti specifici o forme aerodinamiche. La comprensione e il controllo di queste forze sono essenziali in molti campi dell'ingegneria per ottimizzare le prestazioni e l'efficienza degli oggetti in esame.

| Pressure drag [N] | Viscous drag [N] | Total drag [N] |
|-------------------|------------------|----------------|
| 10.78 | -0.21 | 10.57 |

Tabella 6.1: Notiamo che la componente viscosa del drag totale è negativa, questo è dovuto al fatto che si genera una zona di ricircolo del flusso di fronte alla cupola e quindi si ha una forza negativa lungo l'asse x.



Figura 6.2: Visualizziamo tramite vettori la zona di ricircolo del flusso.

6.2 Studio parametrico diametro testa Aerospike



Figura 6.3: Contour plot Mach number

La prima parte della tesi consiste nello studio di *aerodisk* o teste di diverso diametro posizionate sulla sommità dell'aerospike mantenendo la lunghezza dello *spike* stesso fissata al valore del modello base. Si è passati dal caso minimo di assenza di disk al caso massimo con diametro dell'aereodisk pari al corpo del razzo stesso.

| Diametro [mm] | 0 | 9.92 | 14.68 | 26.39 | 38.10 |
|--------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Total drag [_] | 0.097 | 0.113 | 0.164 | 0.428 | 0.847 |
| Avg temperature dome [K] | 428 | 420 | 421 | 438 | 486 |

Tabella 6.2: Si osserva che la soluzione senza aerodisk offre il minore drag, a discapito di una temperatura più alta rispetto al diametro standard di 14.68mm. Le migliori prestazioni sono offerte dalla testa di 9.92mm che ha drag complessivo nettamente minore rispetto alla soluzione standard e temperature sulla cupola pressochè identiche. I diametri più grandi offrono pessime performance sia in termini di drag che di temperature.



Figura 6.4: Distribuzione di temperatura sulla cupola del razzo in base alle diverse teste, in ascissa è indicata la lunghezza assiale della cupola a partire dalla giunzione con lo spike fino a alla giunzione con il corpo del razzo. Si nota che eccetto il disk con il diametro maggiore, l'andamento nella parte centrale della cupola è abbastanza simile. La vera differenza, che poi si traduce in una temperatura media più bassa, viene fatta nella parte iniziale della cupola, in prossimità della giunzione con lo spike.



Figura 6.5: Distribuzione di temperatura totale dell'aerospike con D = 9.92mm, che ha la temperatura media minore in prossimità della cupola



Figura 6.6: Distribuzione di pressione sulla cupola del razzo in base alle diverse teste, in ascissa è indicata la lunghezza assiale della cupola. In questo grafico il disk che ha il comportamento migliore è quello a diametro standard.



Figura 6.7: Pressione statica D = 38.10mm



Figura 6.8: Pressione statica D = 14.68mm



Figura 6.9: Pressione statica in assenza della testa

Si nota chiaramente che, a parità di range, la pressione statica in assenza di testa è in generale ovunque più bassa, questo conferma il basso valore del C_d ottenuto. Per il diametro maggiore vediamo invece un'estesa zona di alta pressione davanti alla testa.

6.3 Studio parametrico lunghezza Aerospike

La seconda parte della tesi è relativa allo studio della lunghezza dell'aerospike mantenendo inalterato il diametro del disk. Ovviamente è bene ribadire che questo studio è di natura puramente aerodinamica e non sono state effettuate considerazioni dal punto di vista costruttivo.

| Lunghezza/Diametro [_] | 1 | 2.75 | 4.50 | 6.25 | 8 |
|--------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Total drag [_] | 0.336 | 0.195 | 0.164 | 0.157 | 0.157 |
| Avg temperature dome [K] | 453 | 422 | 421 | 416 | 415 |

Tabella 6.3: Si osserva che all'aumentare del rapporto L/D = 1 sia i valori di resistenza aerodinamica che di temperatura media sulla cupola si riducono fino a raggiungere un valore asintotico per L/D = 6.25, oltre a questo valore non è più necessario aumentare la lunghezza dello spike poichè si otterrebbero solo sollecitazioni meccaniche superiori sulla struttura.



Figura 6.10: Distribuzione di pressione sulla cupola del razzo in base ad una diversa lunghezza dello spike, in ascissa è indicata la lunghezza assiale della cupola. Si nota che la differenza tra lunghezza standard (L/D = 4.5) e lunghezza massima (L/D = 8) è poco marcata.



Figura 6.11: Pressione totale con spike di lunghezza minima L/D = 1



Figura 6.12: Pressione totale con spike di lunghezza massima L/D = 8



Figura 6.13: Distribuzione di temperatura sulla cupola del razzo in base ad una diversa lunghezza dello spike, in ascissa è indicata la lunghezza assiale della cupola. La distribuzione su L/D = 1 è pressochè costante.



Figura 6.14: Osserviamo l'estensione del gradiente termico nei due casi, nel primo (a) si estende a partire dalla punta del disk, nel secondo (b) da oltre la metà dello spike.

6.4 Studio con differenti geometrie Aerodisk

La parte finale della tesi si compone di uno studio di diverse geometrie dell'aerodisk montato in testa al dispositivo, realizzate mantenendo la *dimensione caratteristica* costante in modo da poter poi essere comparate fra loro.



Figura 6.15: Le cinque tipologie di teste studiate, al centro abbiamo quella standard.

| Geometria | Sfera | Semisfera | Standard | Cono | Cuspide |
|--------------------------|-------|-----------|----------|-------|---------|
| Total drag [_] | 0.139 | 0.138 | 0.164 | 0.154 | 0.193 |
| Avg temperature dome [K] | 416 | 412 | 421 | 414 | 419 |

Tabella 6.4: Osserviamo il comportamento delle diverse teste studiate, la testa a semisfere presenta sia la temperatura sulla cupola che la resistenza aerodinamica più bassa.



Figura 6.16: Distribuzione di pressione sulla cupola del razzo in base alle diverse geometrie, in ascissa è indicata la lunghezza assiale della cupola. Notiamo che il diametro standard ha il valore complessivamente più basso.



Figura 6.17: Distribuzione di temperatura sulla cupola del razzo in base alle diverse geometrie, in ascissa è indicata la lunghezza assiale della cupola. In questo caso si nota chiaramente che la geometria standard è quella che si comporta peggio, mentre la semisfera realizza la temperatura media più bassa comportandosi meglio delle altre geometrie nella parte iniziale, in prossimità della giunzione con lo spike.



Figura 6.18: Distribuzione di densità attorno alla geometria con testa a cuspide.



Figura 6.19: Distribuzione di densità attorno alla geometria con testa a semisfera, quella che è risultata avere le prestazioni superiori.

Analizzando il grafico della densità, è possibile valutare in maniera qualitativa l'intensità delle onde generate dalla presenza del dispositivo. Oltre all'onda d'urto osservata in precedenza, in corrispondenza della quale si ha un notevole incremento di pressione statica, è possibile individuarne una seconda, generata dalla deviazione del flusso attraverso la cupola dopo aver superato il punto di riattacco dell'area di ricircolo. Tuttavia, quest'ultima è probabilmente un'onda di compressione, ovvero non genera significative variazioni di pressione tali da poter essere definita un'onda d'urto. Un indicatore di ciò è dato dallo spessore della scia di compressione, decisamente inferiore nel secondo caso. Infatti, secondo la teoria gasdinamica, le scie di compressione fondendosi generano una regione a pressione crescente la cui estensione ne indica la forza [10]. Osservando le figure precedenti, attraverso il gradiente della densità è possibile individuare una terza onda intermedia che si sviluppa nella zona di separazione del flusso, avente intensità inferiore rispetto a quelle appena descritte. Quest'onda è causata da una deflessione del flusso imposta dalla zona di ricircolo.

Capitolo 7

Conclusioni e sviluppi futuri

In questa tesi è stata studiata la variazione di temperatura e resistenza aerodinamica andando a variare la geometria della testa, il diametro della testa e la lunghezza dello spike.

La geometria della testa influenza l'efficacia dell'aerospike, poiché una testa più appuntita tende a generare un'onda d'urto meno intensa, ottimizzando la deviazione del flusso e riducendo la resistenza, mentre teste arrotondate o piatte producono onde d'urto più forti, aumentando l'importanza dello spike nel mitigare il drag. Il diametro della testa gioca un ruolo importante: un diametro maggiore amplifica l'interazione del flusso con lo spike, richiedendo una lunghezza e una geometria specifica per mantenere l'efficienza aerodinamica. La lunghezza dello spike è un ulteriore fattore determinante; spike più lunghi spostano l'onda d'urto obliqua più lontano dal corpo principale, riducendo significativamente la pressione a valle, ma lunghezze eccessive possono introdurre complessità strutturali e aumentare il peso.

Dopo aver svolto a fondo un'analisi parametrica sul dispositivo *Aerospike* il passaggio successivo è un'ottimizzazione della forma della testa dell'aerospike. Si pensa di usare una tecnica deterministica basato sul gradiente, cioè la sensitività, della funzione obiettivo rispetto ai parametri di progetto. Inoltre, è utile usare una tecnica di valutazione del gradiente basata sulle equazioni aggiunte.

Il metodo tradizionale per calcolare il gradiente utilizza le differenze finite. Questo vuole dire che il costo computazionale del gradiente è n + 1, dove n è la dimensione del vettore di parametri di progetto; per esempio i punti discreti che descrivono la geometria. L'utilizzo delle equazioni aggiunte permette di calcolare la sensitività con una sola soluzione delle equazioni aggiunte. Inoltre, questo è indipendente dal valore di n. In altre parole, l'equazione dell'aggiunto fornisce una maniera efficiente di calcolare la sensibilità. Questo approccio è essenziale per l'ottimizzazione, poiché consente di iterare rapidamente e trovare la configurazione ottimale in un numero ridotto di simulazioni [11].

Questo ulteriore passaggio è stato svolto dall'Ing. Roberto Carbone ed esposto alla conferenza IAC 2024 a Milano [1].

Bibliografia

- [1] Dr. Roberto Carbone. Aerospike: mission simulation and optimal design. *IAF MATERIALS AND STRUCTURES SYMPOSIUM*, 2024.
- [2] Pratik Shrikant Pophali K. Venka Veeresh Tekure. thermal protection system. *Phys. Fluids 33*, *116108*, 2011.
- [3] Lawrence D. Huebner. Experimental results on the feasibility of an aerospike for hypersonic missiles. *NASA Langley Research Center*, 1995.
- [4] Missile trident. Wikipedia web page.
- [5] Eric Schulein. Wave drag reduction concept for blunt bodies at high angles of attack. *American Institue of Aeronautics and Astronautics*, 2009.
- [6] Ansys fluent 12.0 user's guide.
- [7] F.R.Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32:1598–1605, 1994.
- [8] John M.Cimbala Yunus A.Cengel. Fluid mechanics foundamental and applications. *McGraw Hill Education*, 2019.
- [9] Ansys Fluent. Fluent's enhanced numerics for high speed flows. Webinar, 2021.
- [10] S.M. Hosseinalipour M. Barzegar Gerdroodbary. Numerical simulation of hypersonic flow over highly blunted cones with spike. *Acta Astronautica pages 180-193*, 2010.
- [11] Jan Pralits. Slides del corso di ottimizzazione computazionale in fluidodinamica. 2020.