SOLUZIONE COMPITINO M. d. F.

15 Aprile 2013

ESERCIZIO 1

Il bilancio delle forze verticali impone:

$$2\cancel{\pi}\cancel{R}\,\sigma\cos\vartheta = \cancel{\pi}R^{\cancel{2}}h\rho g \quad\longrightarrow\quad h = \frac{2\sigma\cos\vartheta}{\rho g R}$$

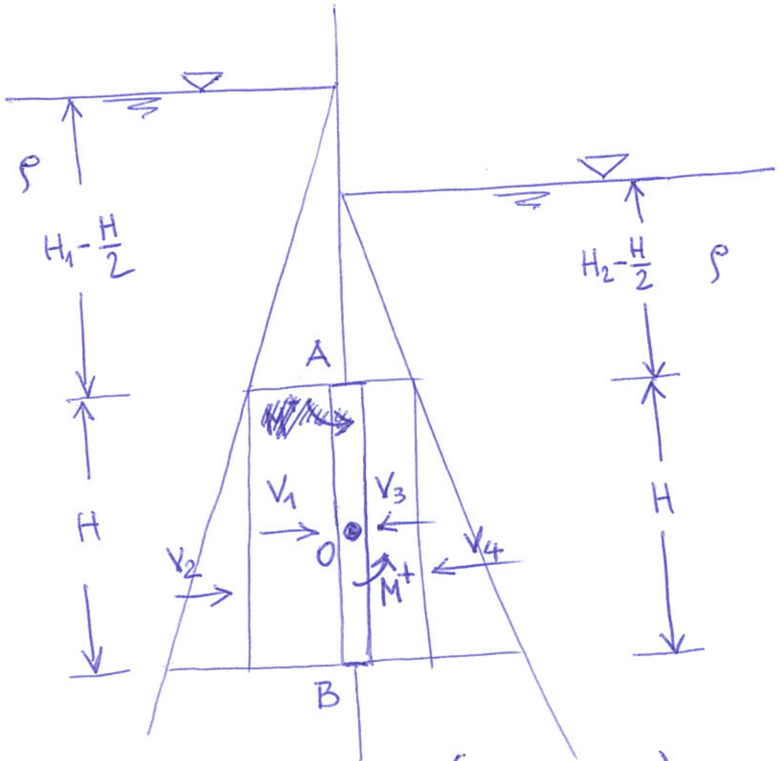
Filo A: $h = \dfrac{2\cdot 0{,}073\cdot 1}{10^3\cdot 9{,}81\cdot 0{,}5\cdot 10^{-3}} = 0{,}0298\ \text{m} = 29{,}8\ \text{mm}$

Filo B: $h = \dfrac{2\cdot 0{,}073\cdot 1}{10^3\cdot 9{,}81\cdot \frac{0{,}5}{2}\cdot 10^{-3}} = 0{,}0596\ \text{m} = 59{,}6\ \text{mm}$

ESERCIZIO 2

Si consultino le dispense

ESERCIZIO 3



$V_1 = \gamma\left(H_1-\frac{H}{2}\right)BH = 264'870\ \text{N}$ (706'320 N)

$V_2 = \gamma H\frac{H}{2}B = 88'290\ \text{N}$ (235'440 N)

$V_3 = \gamma\left(H_2-\frac{H}{2}\right)BH = 176'580\ \text{N}$ (529740 N)

$V_4 = \gamma H\frac{H}{2}B = 88'290\ \text{N}$ (235'440 N)

↑ FILA A ↑ FILA B

Bracci rispetto al polo O :

$$b_1 = 0 \text{ m} \qquad (b_1 = 0 \text{ m})$$
$$b_2 = \frac{2}{3}H - \frac{H}{2} = \frac{H}{6} = 0.5 \text{ m} \qquad (b_2 = 0{,}67 \text{ m})$$
$$b_3 = 0 \text{ m} \qquad (b_3 = 0 \text{ m})$$
$$b_4 = \frac{2}{3}H - \frac{H}{2} = \frac{H}{6} = 0.5 \text{ m} \qquad (b_4 = 0{,}67 \text{ m})$$

FILA A   FILA B

La forza risultante, orizzontale, sarà rivolta da sinistra verso destra con modulo pari a :

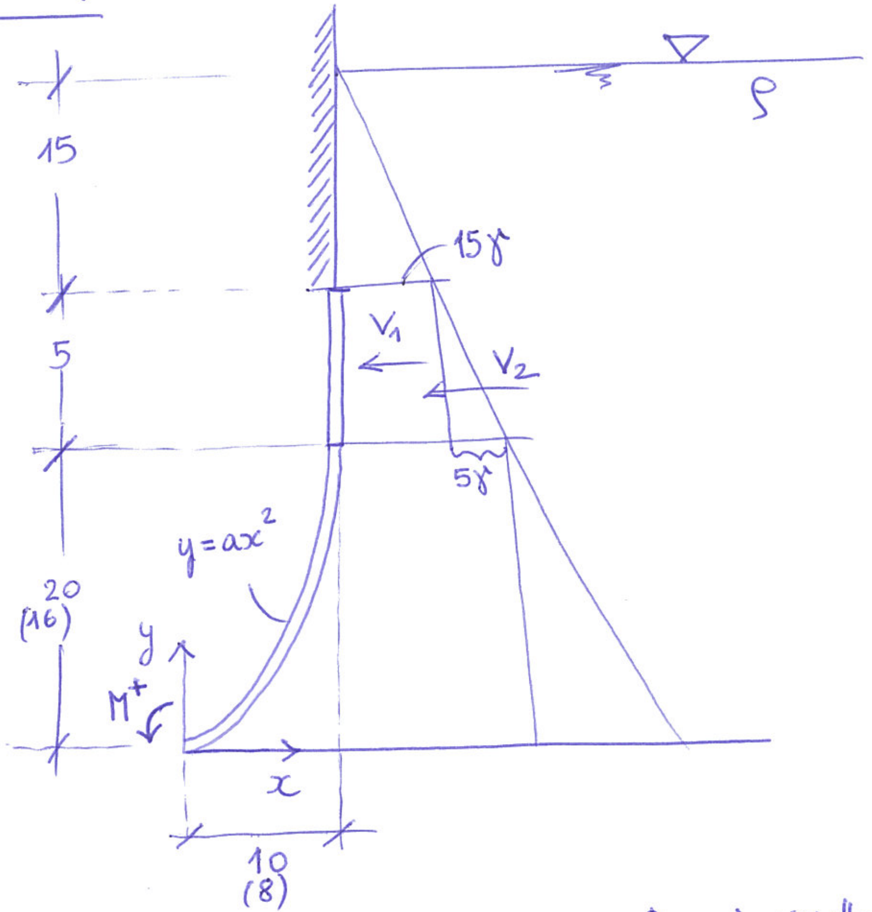
$$F = V_1 + V_2 \cancel{+} - V_3 - V_4 = \underset{\text{FILA A}}{88'290} \text{ N} \qquad (\underset{\text{FILA B}}{176'580} \text{ N})$$

Il momento esercitato dal fluido rispetto al polo O : $M^+ \circlearrowleft$

$$M = \cancelto{0}{V_1 b_1} + V_2 b_2 - \cancelto{0}{V_3 b_3} - V_4 b_4 = 0$$

Per mantenere in equilibrio la paratoia non è necessario applicare un momento.

ESERCIZIO 4



N.B.
Tra parentesi sono riportati i valori relativi alla FILA B

Parte superiore

$V_1 = 15\gamma \cdot 5 = 655{,}55$ kN $(655{,}55$ kN$)$

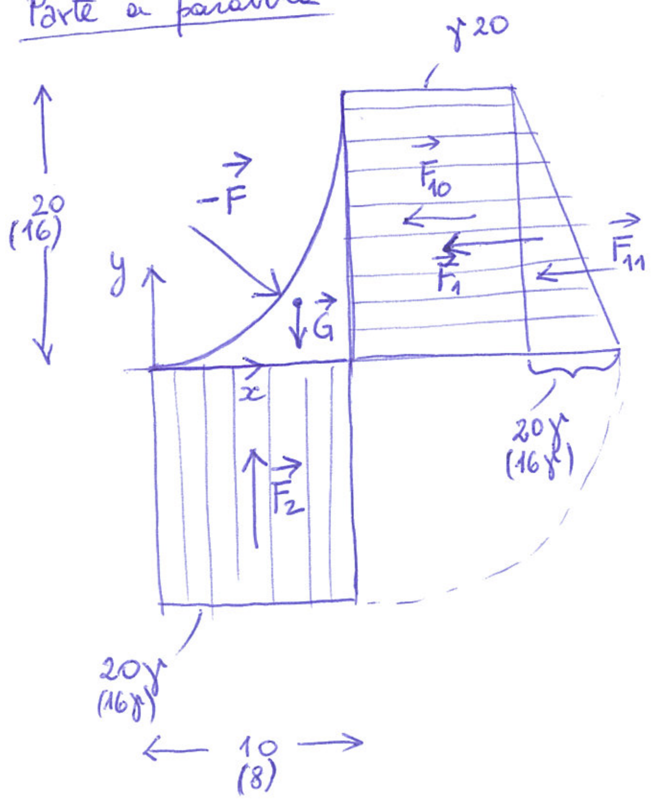
$V_2 = 5\gamma \cdot \frac{5}{2} = 109{,}26$ kN $(109{,}26$ kN$)$

Bracci rispetto al vertice della parab.

$y_1 = 20 + \frac{5}{2} = 22{,}5$ m $(22{,}5$ m$)$

$y_2 = 20 + \frac{5}{3} = 21{,}67$ m $(21{,}67$ m$)$

Parte a parabola



Per l'equilibrio delle forze applicato al volume di controllo rappresentato a lato deve risultare:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{G} = \vec{F}$$

$\vec{F}_1 = (-F_1, 0)$ $\qquad$ $\vec{G} = (0, -G)$

$\vec{F}_2 = (0, F_2)$ $\qquad$ $\vec{F} = (F_x, F_y)$

con $\vec{F}$ forza esercitata sulla parabola dal fluido.

$$\begin{cases} F_x = -F_1 \\ F_y = F_2 - G \end{cases}$$

$\boxed{F_1}$ $F_{10} = 20\gamma \cdot 20 = 3'496,28$ kN $(2237,62$ kN$)$

$F_{11} = 20\gamma \cdot \frac{20}{2} = 1'748,14$ kN $(1'118,81$ kN$)$

$F_1 = F_{10} + F_{11} = 5'244.43$ kN $(3'356,43$ kN$)$

$\boxed{F_2}$ $F_2 = 40\gamma \cdot 10 = 3'496,28$ kN $(2'517,32$ kN$)$

$\boxed{G}$ $G = \gamma \int_0^{10} y\, dx = \gamma \int_0^{10} a x^2 dx = \gamma a \frac{x^3}{3}\Big|_0^{10} = \gamma a \frac{10^3}{3} = 582,71$ kN $(372,94$ kN$)$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_x = -F_1 = -5'244,43 \text{ kN} & (-3'356,43 \text{ kN}) \\ F_y = F_2 - G = 2'913,57 \text{ kN} & (2'144,39 \text{ kN}) \end{cases}$$

Bracci delle forze rispetto al vertice della parabola:

$\boxed{F_1}$ $b_1 = \dfrac{\left(F_{10} \cdot \frac{20}{2} + F_{11} \cdot \frac{1}{3} 20\right)}{F_1} = 8,89$ m $(7,11$ m$)$

$\boxed{F_2}$ $b_2 = \frac{10}{2} = 5$ m $(4$ m$)$

$\boxed{G}$ $b_G = \frac{\gamma}{G} \int_0^{10} x \cdot y\, dx = \frac{\gamma}{G} \int_0^{10} a x^3 dx = \frac{\gamma}{G} a \frac{x^4}{4}\Big|_0^{10} = \frac{\gamma}{G} a \frac{10^4}{4} = 7,5$ m $(6$ m$)$

Momento esercitato sulla parte piana superiore:

$M_{SUP} = V_1 y_1 + V_2 y_2 = 17'117,22$ kN·m $(17'117,22$ kN·m$)$

Momento esercitato sulla parte parabolica:

$M_{PAR} = F_1 b_1 + F_2 b_2 - G b_G = 59'728,19$ kN·m $(31'699,6$ kN·m$)$

Momento complessivo esercitato dal fluido sulla paratoia:

$M = M_{SUP} + M_{PAR} = 76'845,41$ kN·m $(48'816,9$ kN·m$)$

ESERCIZIO 5

N.B. Tra parentesi sono riportati i valori relativi alla FILA B

Peso in aria : $P = 31{,}4 \ N$

Peso in acqua : $P - A = 28{,}9 \ N \quad (29{,}77 \ N)$

Spinta di Archimede $A = \rho g V$

Massa $M = \dfrac{P}{g} = \dfrac{31{,}4}{9{,}81} = 3{,}2 \ kg$

$$A = \rho g V = \rho g \frac{M}{\rho_s} = \frac{\rho}{\rho_s} P$$

Dunque : $P - A = P - \dfrac{\rho}{\rho_s} P = P\left(1 - \dfrac{\rho}{\rho_s}\right) = 28{,}9 \ N \quad (29{,}77 \ N)$

$$\Rightarrow \frac{\rho}{\rho_s} = -\frac{28{,}9}{P} + 1 \quad \Rightarrow \quad \rho_s = \frac{\rho}{\left(1 - \frac{28{,}9}{P}\right)} = \frac{1000}{\left(1 - \frac{28{,}9}{31{,}4}\right)} = 12'560 \ kg/m^3 \quad (19'264 \ kg/m^3)$$

$\rho_s = 12'560 \ kg/m^3 \neq 19'300 \ kg/m^3$ NON É ORO PURO !

(Fila B : $\rho_s \simeq 19'264 \ kg/m^3 \simeq 19'300 \ kg/m^3 \Rightarrow$ é oro puro !)

ESERCIZIO 6

Scala 1:50 $\rightarrow \dfrac{L_m}{L_p} = \dfrac{1}{50}$

$$\boxed{Fr_m = Fr_p} \longrightarrow Fr_m = \frac{U_m}{\sqrt{g L_m}} = \frac{U_p}{\sqrt{g L_p}} = Fr_p \Rightarrow \boxed{\frac{U_m}{U_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}}}$$

$$\boxed{Re_m = Re_p} \longrightarrow Re_m = \frac{U_m L_m}{\nu_m} = \frac{U_p L_p}{\nu_p} = Re_p \Rightarrow \boxed{\frac{U_m}{U_p} = \frac{L_p}{L_m} \frac{\nu_m}{\nu_p}}$$

Entrambe le condizioni impongono:

$$\frac{U_m}{U_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{1/2} = \frac{L_p}{L_m} \frac{\nu_m}{\nu_p} \quad \Rightarrow \quad \frac{\nu_m}{\nu_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{3/2} = \left(\frac{1}{50}\right)^{3/2} = 2{,}83 \cdot 10^{-3}$$

Se $\nu_p = 10^{-6} \ m^2/s \rightarrow \nu_m = \nu_p \cdot \left(\frac{1}{50}\right)^{3/2} = 2{,}83 \cdot 10^{-9} \ m^2/s$

Solo similitudine di Froude :

$$\frac{U_m}{U_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} = \left(\frac{1}{50}\right)^{1/2} = 0{,}141$$